

monetaria

CENTRO DE ESTUDIOS MONETARIOS LATINOAMERICANOS

VOLUMEN XXX, NÚMERO 3, JULIO-SEPTIEMBRE

2007

CEMLA

ASAMBLEA

Bancos Centrales Asociados (vox et votum) y Miembros Colaboradores (vox)

JUNTA DE GOBIERNO, 2007-2009

Presidente: Banco Central de Reserva del Perú □ **Miembros:** Banco Central de la República de Argentina □ Banco Central de Brasil □ Banco Central de Honduras □ Banco de Jamaica □ Banco de México (permanente) □ Banco Central de Venezuela.

AUDITORÍA EXTERNA

Banco de México

PERSONAL DIRECTIVO

Director General: Kenneth Coates □
Subdirector General: Luiz Barbosa □
Coordinadora Institucional de Capacitación: Jimena Carretero Gordon □
Coordinador Institucional de Programas y Reuniones Técnicas de Banca Central: Fernando Sánchez Cuadros □
Coordinadora Institucional de Servicios de Información: Ana-Laura Sibaja Jiménez □
Coordinador Institucional de Administración y Finanzas: Javier Granguillhome Morfin.

monetaria

VOLUMEN XXX, NÚMERO 3, JULIO-SEPTIEMBRE DE 2007

Munir A. Jalil B.
Martha Misas A.

219 Evaluación de pronósticos del tipo de cambio utilizando redes neuronales y funciones de pérdida asimétricas

Oknan Bello
Óscar Gámez

243 Inflación e incertidumbre inflacionaria en Nicaragua: una aplicación usando un modelo EGARCH

Pedro Elosegui
Guillermo Escudé
Lorena Garegnani
Juan Martín Sotes Paladino

265 Un modelo económico pequeño para Argentina

Mauricio Larraín

305 Inflation compensation and inflation expectations in Chile

Los trabajos firmados son responsabilidad de los autores y no coinciden necesariamente con el criterio del Centro de Estudios Monetarios Latinoamericanos.

Munir A. Jalil B.

Martha Misas A.

Evaluación de pronósticos del tipo de cambio utilizando redes neuronales y funciones de pérdida asimétricas

I. INTRODUCCIÓN

Tanto para el sector privado como para la autoridad monetaria es útil tener información sobre la evolución futura del tipo de cambio¹ ya que con ésta es posible establecer la respuesta óptima ante el comportamiento predicho. Por lo anterior, en la literatura internacional se cuenta con un gran número de trabajos en los que se intenta generar *buenos* pronósticos de dicha serie (por ejemplo, Diebold y Nasson, 1990; Meese y Rogoff, 1983; y Meese y Rose, 1991). Estos trabajos se pueden clasificar en dos grupos: los que usan modelos lineales y los que utilizan modelos

¹ Entendido aquí como la cantidad de pesos necesaria para comprar un dólar.

Publica el CEMLA, con la debida autorización, el presente trabajo de M. A. Jalil B., Investigador del Banco de la República y Profesor Asociado de la Escuela de Economía de la Universidad Nacional de Colombia, así como de M. Misas A., Econometrista Principal del Banco de la República. Los resultados y opiniones son responsabilidad exclusiva de los autores y su contenido no compromete al Banco de la República ni a su Junta Directiva. Los autores agradecen los comentarios y sugerencias de dos árbitros anónimos, de Andrés González y de los participantes del Seminario del Banco de la República en Medellín y de la Universidad ICESI en Cali.

no lineales. Una pregunta que surge entonces es ¿por qué se dan distintos modelos para la misma serie? A la luz de la econometría, toda serie tiene asociado un *proceso generador de datos* y lo que se observa son las realizaciones de éste. Sin embargo, dicho proceso es desconocido y lo que los investigadores deben hacer es aproximarlos, de tal manera que, el modelo obtenido se ajuste a las realizaciones observadas y pueda ser utilizado para pronosticar de manera adecuada. Históricamente, el dominio lo han tenido los modelos lineales, los cuales han presentado un mayor desarrollo teórico y una mayor difusión. Además, la dificultad computacional de los procesos de estimación no lineal ha hecho que solamente en tiempos recientes se consideren tales modelos que, en principio, pueden representar mejor ciertas características observadas de las series.²

Otro hecho interesante tiene que ver con la capacidad predictiva de los dos tipos de modelos. Con trabajos como los de Stock (2001), se ha generado la idea de que los modelos no lineales no son mucho mejores que los lineales para pronosticar y por ello la relación costo de estimación *vs.* beneficio en pronóstico jugaría en contra de los modelos no lineales. En este sentido, la evaluación tradicional del pronóstico se ha concentrado en medidas simétricas de pérdida, en las que las magnitudes idénticas de errores positivos y negativos tienen el mismo costo asociado. Está por confirmarse, sin embargo, cómo se diferencian estas dos especificaciones a la luz de funciones de costo asimétricas en las que los errores de pronóstico tienen valoraciones distintas dependiendo de si son positivos o negativos.

Con respecto a la determinación del tipo de cambio, antes de los setentas, el modelo dominante para su determinación fue el modelo del flujo de bienes. De acuerdo con este modelo, la demanda por moneda extranjera viene principalmente de compras y ventas de bienes. Por ejemplo, un incremento en las exportaciones, incrementa la demanda externa por moneda doméstica con el fin de pagar por los bienes exportados. Entonces de lo anterior se puede concluir que países con superávit comercial (o sea, aquellos que exportan más de lo que importan) tendrán flujos de moneda extranjera que al querer ser convertidos en moneda doméstica, generarán un incremento en el precio de la moneda doméstica (una apreciación). Sin embargo,

² Es de anotar que, tal como lo menciona Watson (2005), en determinadas ocasiones los modelos no lineales pueden servir para replicar de manera adecuada procesos lineales cuya especificación es desconocida para el investigador.

cuando se contrasta el resultado anterior con los datos se encuentra que los balances comerciales tienen una correlación muy baja con movimientos del tipo de cambio en los mercados de divisas más importantes. Este resultado negativo es de esperar cuando se tiene en cuenta que el mercado de bienes y servicios representa una fracción muy pequeña del total de transacciones de moneda.

En los setentas, para resolver el anterior inconveniente, surgió el modelo asociado al mercado de activos. Este se construyó tomando como punto de partida las implicaciones del modelo del flujo de bienes pero reconociendo que la demanda de moneda extranjera proviene no solamente de compras y ventas de bienes sino también de compras y ventas de activos. Por ejemplo, con el fin de comprar TES (títulos de deuda pública emitidos por la Tesorería General de la Nación), un inversionista extranjero localizado en Estados Unidos debe comprar los pesos. Adicionalmente, el retorno en dólares del inversionista dependerá de los movimientos del peso con respecto al dólar, así su demanda por los bonos depende en parte de su deseo de especular en esos movimientos. Este cambio de perspectiva trajo un cambio en la estrategia de modelación. Los modelos comenzaron a incluir nociones tales como “eficiencia” especulativa: los tipos de cambio comenzaron a ser modelados como eficientes, en el sentido de que ellos incorporaban toda la información públicamente disponible, haciendo la información pública inútil para producir retornos extra. Esta es una característica que el modelo de mercado de bienes no presentaba.

El trabajo empírico no ha confirmado la idea de los mercados de activos. Las variables macroeconómicas que están detrás del mismo no mueven el tipo de cambio de la manera predicha. La referencia clásica en este sentido es Meese y Rogoff (1983), quienes muestran que el modelo de mercado de activos no puede explicar los tipos de cambio más importantes mejor que un modelo tan simple como el de “no cambio” o caminata aleatoria. Peor aún, los modelos de mercados de activos no permiten obtener consistentemente la dirección correcta de los cambios en el tipo de cambio. Lo anterior es recopilado por Meese en su revisión de literatura de 1990, en la que escribe que “la proporción de cambios en el tipo de cambio que pueden ser explicadas por los modelos actuales es esencialmente cero”. (La literatura que documenta el comportamiento “tan pobre” de este modelo es vasta. Para revisiones véase Frankel y Rose, 1995; Isard, 1995; y Taylor, 1995.)

Estas observaciones negativas no implican que el modelo de

mercado de activos esté completamente equivocado. Por el contrario, en la academia existe un consenso que señala, en términos generales, que el modelo es apropiado. Aparentemente hay algo que hace falta para determinar la forma cómo el tipo de cambio es determinado, hecho que hace parte de agendas muy importantes de investigación en muchas partes del mundo.

Por lo anterior, dado que las explicaciones económicas tradicionales necesitan completarse, el trabajo de pronóstico con modelos econométricos de series de tiempo autorregresivos, aparece como una primera alternativa para pronosticar el comportamiento del tipo de cambio.

De acuerdo con Kuan y Liu (1995), es ampliamente aceptado que la tasa de cambio es un proceso integrado de orden uno, $I(1)$, y por ende, su cambio se puede describir como un proceso estacionario. Así, los cambios de la tasa de cambio podrían no ser linealmente predecibles.³ Surge la inquietud de si el problema de la no predictibilidad está asociado a limitaciones en los modelos lineales. Es decir, si la existencia de no linealidades en el comportamiento del crecimiento de la tasa de cambio conlleva la dificultad que existe para alcanzar pronósticos adecuados al no reconocer tal comportamiento.

Adicionalmente, como lo señala Tenti (1996), la existencia de evidencia que apoya la hipótesis de caminata aleatoria implica que los cambios en la tasa de cambio son independientes e idénticamente distribuidos. Así, la única información relevante de su historia, para la predicción de movimientos futuros, es aquella más reciente.

Por otro lado, tal como lo muestran West *et al.* (1993), es posible que de maximizar el rendimiento de un portafolio específico que contiene el tipo de cambio, se obtenga que las medidas óptimas de tal procedimiento consistan en analizar los pronósticos de volatilidad a través de una medida asimétrica.

El presente trabajo compara especificaciones lineales y no lineales (expresadas en redes neuronales artificiales) ajustadas a la variación porcentual diaria del tipo de cambio utilizando para ello funciones de costo tradicionales (simétricas) a la vez que se introduce el análisis asimétrico. Los resultados muestran que las redes neuronales permiten obtener mejores pronósticos con ambos tipos de funciones de costos. Sin embargo, es de anotar que cuando se evalúan los pronósticos con funciones asimétricas, el modelo no lineal supera ampliamente a su contraparte lineal.

³ Véanse, Baillie y McMahon (1989), citados por Kuan y Liu (1995).

La manera como se procede consiste en describir brevemente el método de identificación y estimación de una red neuronal artificial a la vez que se describe la metodología *rolling* que se siguió para llevar a cabo la evaluación de pronósticos. Luego se hace una descripción de la teoría general de pronósticos, con el fin de: *i*) señalar el conjunto de supuestos que tradicionalmente se hacen cuando de evaluación de pronósticos se trata; y *ii*) mostrar las ventajas que se pueden generar al llevar a cabo cambios en dichos supuestos. Lo anterior desde la perspectiva de la teoría de la decisión. Posteriormente, se lleva a cabo la comparación de los pronósticos obtenidos por medio de una red neuronal con un modelo ARIMA y una caminata aleatoria utilizando para ello funciones de pérdida simétricas y asimétricas.

II. MODELOS ECONOMÉTRICOS

La construcción de un modelo que relacione a una variable y_t con su propia historia o con la historia de otras variables, X_t , puede llevarse a cabo a través de una variedad de alternativas.⁴ Estas dependen de la forma funcional mediante la cual se aproxima la relación, como también, de la relación existente entre dichas variables, es decir, de si ésta es de carácter lineal o no lineal.

En nuestro caso, se consideran los pronósticos generados a través de modelos paramétricos lineales como son ARIMA y caminata aleatoria. Dichos pronósticos se contrastan con aquellos obtenidos mediante un modelo paramétrico no-lineal de redes neuronales.

Dentro del grupo de modelos paramétricos lineales se consideran: *i*) el modelo ARIMA, donde el comportamiento de una serie de tiempo, y_t , se explica a través de sus valores pasados y de una suma ponderada de errores, ε_t , pasados y presentes: $\Phi(L)(1-L)^d y_t = \delta + \Xi(L)\varepsilon_t$; con L operador de rezago tal que ($Ly_t = y_{t-1}$), $\Phi(L) = 1 - \phi_1 L - \dots - \phi_p L^p$, $\Xi(L) = 1 - \xi_1 L - \dots - \xi_q L^q$, $\{\varepsilon_t\}$ serie de perturbaciones ruido blanco y d número de diferenciaciones requeridas para que $\{y_t\}$ alcance un comportamiento estacionario; y *ii*) la caminata aleatoria donde se tiene que $y_t = y_{t-1} + v_t$, con $\{v_t\}$ serie de perturbaciones ruido blanco.

Siguiendo la literatura internacional (Dijk, Terasvirta y Franses, 2001), en los últimos años el uso de modelos no lineales de

⁴ Véase al respecto Granger y Teräsvirta (1993).

series de tiempo se ha incrementando de manera considerable y dentro de ellos, los de redes neuronales artificiales (ANN, por sus siglas en inglés). En el contexto de análisis de series de tiempo, las ANN se clasifican como modelos entrenados para: *i*) realizar enlaces entre los valores pasados y presentes de una serie de tiempo, aprendiendo de su error de pronóstico; y *ii*) extraer estructuras y relaciones escondidas que gobiernan el sistema de información (Azoff, 1996). Su utilización está primordialmente motivada por la capacidad de aproximarse a cualquier función medible de Borel con un muy buen grado de exactitud, como lo señala, entre otros, Rech (2002).⁵

III. REDES NEURONALES ARTIFICIALES

Como lo señalan Swanson y White (1995, 1997a, 1997b), Plasmans *et al.* (1998) entre otros, los modelos de redes neuronales artificiales se definen como una clase de modelos no lineales flexibles desarrollados por científicos cognitivos. Tales modelos están inspirados en ciertas características asociadas al procesamiento de información en el cerebro humano. El elemento central de este tipo de modelo es la estructura novedosa del sistema de procesamiento de la información, la cual está compuesta por un gran número de elementos interconectados de procesamiento que operan al mismo tiempo para resolver un problema específico. Dichos modelos son capaces de aprender mediante la interacción con su ambiente, tal aprendizaje puede ser entendido como un procedimiento estadístico de estimación recursiva. En particular, una red neuronal artificial se configura para una aplicación específica, de tal forma que, el reconocimiento de patrones y la clasificación de información se alcanza a través de un proceso de aprendizaje. Es de señalar que, el aprendizaje tanto en sistemas biológicos como en las redes neuronales artificiales conlleva ajustes en las conexiones sinápticas entre neuronas.

Las redes neuronales artificiales han mostrado, en diferentes campos del conocimiento, una gran capacidad predictiva. Hecho que, en la actualidad, hace que se les considere una herramienta importante en la elaboración de pronósticos de variables macroeconómicas y financieras. Una posible explicación de tal éxito, es su gran habilidad para aproximar cualquier función si la red contiene un número amplio de términos no lineales y una adecuada selección de parámetros.

⁵ Citando a Hornik *et al.* (1989).

1. Representación

De acuerdo con Kuan y Liu (1995), una red neuronal artificial es un tipo de modelo *entrada-salida*, que puede ser entendido como una función de regresión no lineal que caracteriza la relación entre una variable dependiente o *salida* y_t y un vector de variables explicativas o *entradas* $X_t = (x_{1t}, \dots, x_{pt})$. De tal forma que, sin considerar una función específica no lineal, el modelo se construye combinando muchas funciones no lineales a través de una estructura multicapa (*multilayer structure*). Una clase de ANN, ampliamente estudiada e implementada en este trabajo, es la conocida como de alimentación hacia delante con una única capa o superficie escondida (*single hidden layer feed forward network*).

En este tipo de red, las variables explicativas o *entradas* $\{x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{pt}\}$ activan de manera simultánea a las Q unidades escondidas en la superficie intermedia, a través de una función G , dando como resultado Q unidades escondidas de activación h_{it} , $i = 1, \dots, Q$, de tal forma que, posteriormente estas unidades se activan a través de una función λ para producir la salida \hat{y}_t . Simbólicamente, lo anterior se describe a través de las siguientes ecuaciones:

$$(1) \quad h_{it} = G \left(\gamma_{i0} + \sum_{j=1}^p \gamma_{ij} x_{jt} \right) \quad \forall i = 1, \dots, Q$$

$$(2) \quad \hat{y}_t = \lambda (h_{1t}, \dots, h_{Qt}) = \lambda \left(\beta_0 + \sum_{j=1}^Q \beta_j h_{jt} \right)$$

Las funciones de activación son funciones no lineales que pueden ser seleccionadas de manera arbitraria, con una restricción de acotamiento sobre G . Por ejemplo, es usual considerar

a G como la función logística: $G(w) = \frac{1}{1 + \exp(-w)}$ y a λ como

la función idéntica, es decir: $\lambda \left(\beta_0 + \sum_{j=1}^Q \beta_j h_{jt} \right) = \beta_0 + \sum_{j=1}^Q \beta_j h_{jt}$.

Como lo señalan Plasmans *et al.* (1998) y Franses y Dijk (2000), es conveniente incluir una conexión directa entre la superficie *entrada* y la *salida* para incorporar de manera explícita el modelo lineal básico. Así:

$$(3) \quad \hat{y}_t = \beta_0 + \tilde{X}_t' \Phi + \sum_{j=1}^Q \beta_j G(X_t' \gamma_j) + \varepsilon_t$$

donde $\tilde{X}'_l = (x_{l1}, \dots, x_{lp})$ y $X'_l = (1, x_{l1}, \dots, x_{lp})$. En general, la ecuación (3) se reescribe de la forma presentada en (4).

$$(4) \quad \hat{y}_t = F(X_t; \Theta) = \phi_0 + \sum_{r=1}^P \phi_r x_{rt} + \sum_{l=1}^Q \beta_l G(Z'_l \gamma_l) + \varepsilon_t \quad ; Z_l \subseteq X_t$$

siendo $\Theta = (\phi_r, r=0, \dots, p; \beta_l, \gamma_l; l=1, \dots, Q)$ donde $p \in \{0, 1, \dots, P\}$, de tal forma que cuando $p = P \Rightarrow Z_l = X_t$, de lo contrario Z_l es un subconjunto propio de X_t . Así, cada combinación p y Q determinan una arquitectura particular.⁶

2. Aprendizaje

El proceso de aprendizaje de las ANN es de carácter secuencial (Kuan y White, 1994). Así, el aprendizaje es un proceso donde la red adquiere conocimiento momento a momento, siendo éste definido como la acumulación de experiencias ocurridas. El conocimiento se adquiere a través de los conectores o parámetros de la red. Así, el conocimiento en el momento $(t+1)$, $\hat{\Theta}_{t+1}$ depende del conocimiento en el momento (t) , $\hat{\Theta}_t$. Es decir, $\hat{\Theta}_{t+1} = \hat{\Theta}_t + \Delta_t$, donde el término Δ_t está asociado a un incremento en el conocimiento o aprendizaje, de tal forma que, éste depende del conocimiento previo obtenido de experiencias ocurridas $\{(X_1, y_1), \dots, (X_t, y_t)\}$ y de los nuevos valores observados (X_{t+1}, y_{t+1}) a través de una función apropiada: $\Delta_t = \Psi[(X_{t+1}, y_{t+1}), \Theta_t]$.

El aprendizaje, en los modelos de redes neuronales, se centra en encontrar aquellos valores del conjunto de parámetros que hace mínima la siguiente diferencia:

$$(5) \quad S(\Theta) = \sum_{i=1}^T [y_i - F(X_i; \Theta)]^2$$

al considerar T observaciones de la forma $\{(X_t, y_t)\}_{t=1}^T$, donde y_t es la variable *salida* o variable objetivo que la red neuronal debe generar cuando el t -ésimo vector *entrada* X_t aparece. Es decir, el aprendizaje puede ser visto como un problema general de minimización. Por consiguiente, este puede ser abordado a

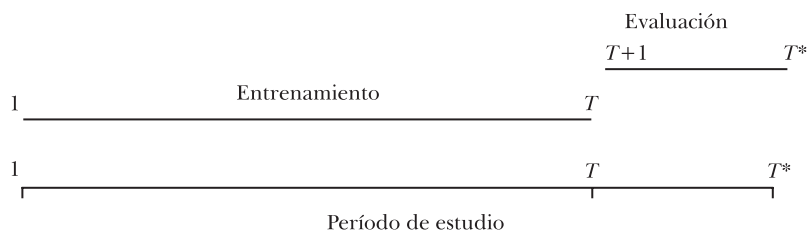
⁶ Es de señalar que el número total de arquitecturas puede determinarse a través del contador J el cual enumera las diferentes arquitecturas. Así, $J=1$ se refiere a la arquitectura correspondiente a $(p=1, Q=1)$ en tanto que $J=M$ es: $(P = \text{máximo número de variables en el componente no lineal}, Q=4)$. El máximo número de unidades escondidas, $Q=4$, se basa en la experiencia internacional sobre redes neuronales artificiales aplicadas a series de tiempo macroeconómicas.

través de diferentes métodos de optimización no restringida, los cuales se llevan a cabo a través de algoritmos recursivos.⁷

3. Evaluación fuera de muestra

Como es ampliamente conocido, en el contexto de las ANN es habitual subdividir el período de estudio en dos partes, de tal forma que, en la primera se lleva a cabo el proceso de entrenamiento o aprendizaje y en la segunda el de evaluación, gráfica I.

GRÁFICA I

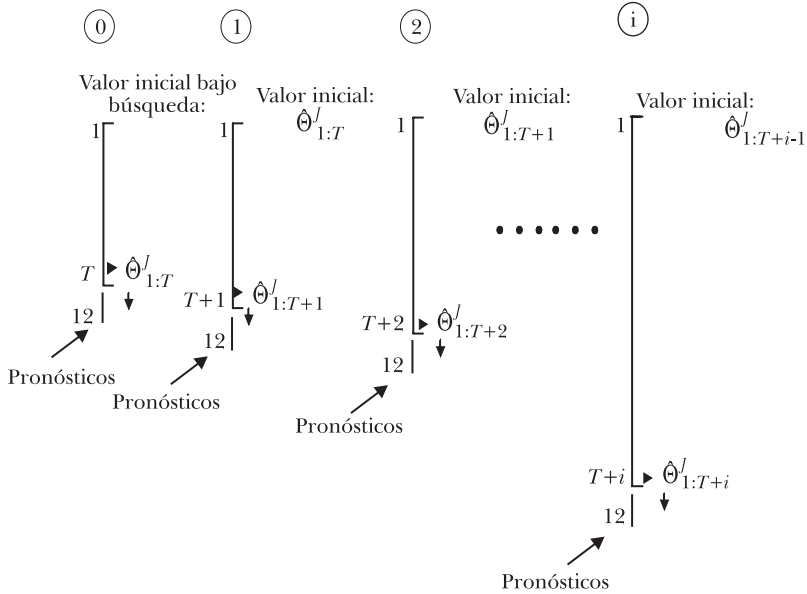


Una vez que se lleva a cabo la estimación de las diferentes arquitecturas dentro de la muestra de entrenamiento se pasa a la evaluación por fuera de ésta bajo un esquema de *rolling*. En dicho esquema, se parte del conjunto de parámetros estimados para cada arquitectura en el período de entrenamiento, es decir, $\hat{\Theta}_{1:T}^J$ $J=1, \dots, M$, y se genera un pronóstico de horizonte 12 por arquitectura (J), $\hat{y}_{1:T}^{J,1}, \dots, \hat{y}_{1:T}^{J,12}$. Posteriormente, se restiman los parámetros de cada arquitectura considerando: *i*) como conjunto de información aquella que reúne la inicial o muestra de entrenamiento $\{Obs1:ObsT\}$ con la observación inmediatamente siguiente $\{ObsT+1\}$, es decir, $\{Obs1:ObsT\} \cup \{ObsT+1\} = \{Obs1:ObsT+1\}$; y *ii*) como valores iniciales de los parámetros a aquellos obtenidos en el período de entrenamiento $\hat{\Theta}_{1:T}^J$ $J=1, \dots, M$. De esta forma se produce un nuevo conjunto de parámetros: $\hat{\Theta}_{1:T+1}^J$ $J=1, \dots, M$ con los cuales se lleva a cabo un pronóstico de horizonte 12 por arquitectura (J), $\hat{y}_{1:T+1}^{J,1}, \dots, \hat{y}_{1:T+1}^{J,12}$. Así, en el *i*-ésimo paso se considera como conjunto de Información a $\{Obs1:ObsT\} \cup \{ObsT+1\} \cup \dots \cup \{ObsT+i\} = \{Obs1:ObsT+i\}$ para la reestimación y como valores iniciales de los parámetros por arquitectura a aquellos estimados en el paso anterior, es decir, $\hat{\Theta}_{1:T+i-1}^J$ $J=1, \dots, M$. Con tales parámetros se generan, por

⁷ Véase, Santana (2006).

arquitectura (J), pronósticos de horizonte 12, $\hat{y}_{1:T+i}^{J,1}, \dots, \hat{y}_{1:T+i}^{J,12}$. Este procedimiento se lleva a cabo hasta el momento (T^*-1) para tener información observada de la variable y_t y construir las medidas de evaluación simétricas y asimétricas por horizonte $h = 1, 2, \dots, 12$ y por arquitectura ($J = 1, 2, \dots, M$). La gráfica II presenta la metodología anteriormente explicada.

GRÁFICA II



Una vez se tiene el conjunto de pronósticos para cada arquitectura (J) cubriendo el período de evaluación se calculan las medidas de comparación tanto simétricas como asimétricas para cada uno de los horizontes, ($h = 1, 2, \dots, 12$). Así, las medidas de evaluación permiten seleccionar la mejor arquitectura por horizonte de pronóstico.

IV. TEORÍA SOBRE DECISIONES Y PRONÓSTICO

1. Caracterización del pronóstico óptimo

Para encontrar el pronóstico óptimo utilizando teoría de la decisión, la idea es minimizar el riesgo (o maximizar la utilidad esperada) el cual usualmente se asociará a una función de costos [$L(\cdot)$].

Es importante mencionar una definición que hace énfasis sobre el rol de la forma funcional del pronóstico:

– Definición: un *pronóstico óptimo* $f_{t+h,t}^*$ es el pronóstico que minimiza la pérdida esperada (riesgo), es decir:

$$f_{t+h,t}^* = \arg \min_{f_{t+h,t}} E[L(y_{t+h}, f_{t+h,t}, z_t) | \Omega_t]$$

$$s.a. \quad f_{t+h,t} = g(x_t, b),$$

donde:

$$E\left[L(y_{t+h}, f_{t+h,t}, z_t) \middle| \Omega_t\right] = \int_y L(y_{t+h}, f_{t+h,t}, z_t) dF_{Y|\Omega_t}(y),$$

$$x_t \in \Omega_t, \quad \beta \text{ es un parámetro.}$$

Alternativamente, es posible tener un problema más familiar:

$$\beta^* = \arg \min_{\beta} E\left[L(y_{t+h}, g(x_t, \beta), z_t) \middle| \Omega_t\right]$$

y por consiguiente:

$$f_{t+h,t}^* = g(x_t, \beta^*).$$

La definición anterior supone un modelo paramétrico para el pronóstico. Es posible utilizar una forma no paramétrica (y la primera definición así lo permite) pero por el resto de esta sección, la especificación paramétrica será utilizada. Es importante recalcar que la forma del modelo puede ser lineal o no lineal.

2. La función de costos

La función de costos relaciona los resultados y los pronósticos y puede derivarse de la teoría económica. Sin embargo, esta no es la manera en que la literatura ha procedido. Los pronosticadores han utilizado funciones de costos que son matemáticamente convenientes o que tienen otras características llamativas pero que rara vez están relacionadas con los costos económicos o con funciones de utilidad. (Pesaran y Skouras, 2002).

Las restricciones en la definición son importantes, dado que no cualquier función puede ser una función de costos. En particular una función de costos debería existir si existen errores de pronósticos como tal. La primera restricción $[L(x_1, x_2, x_3) = 0]$ es sólo una normalización. Nótese que los costos están representados como cantidades positivas, por lo tanto los costos son

positivos desde el comienzo o ellos deberían ser multiplicados por -1 .

Un subconjunto de funciones de costos es denominado $L(y_{t+h}, f_{t+h,t}, z_t) = L(f_{t+h,t} - y_{t+h}) = L(e_{t+h,t})$. Este costo es llamado *función de pérdida de error de predicción* por Christoffersen y Diebold (1997). Granger y Newbold (1986) sugieren que estudiar los errores de pronóstico es útil porque tanto los pronósticos como las variables de interés tienen propiedades estadísticas diferentes y compararlas puede prestarse para confusiones.

Granger (1969) discute un conjunto más fuerte de condiciones para las funciones de costos. Las restricciones pueden o no pueden incluirse como parte del ejercicio de pronóstico (véase Granger, 1969):

- $L(0) = 0$;
- $L(e) > 0$ para $e \neq 0$; y
- $L(e)$ monotónicamente no decreciente en $|e|$.
- Simetría: $L(-e) = L(e)$.
- Homogeneidad: $L(\alpha e) = h(\alpha)L(e)$, donde $h(\alpha)$ es la función relacionada con el grado de homogeneidad.
- Convexidad;
- continuidad; y
- diferenciable.

A continuación se presenta un conjunto de funciones de costos muy usado. Sólo se presentan funciones convexas en donde el vector aleatorio es tan sólo una variable aleatoria ($p = 1$).

a) *Error cuadrático medio (ECM o RMSE)*

$$L(e_{t+h,t} : \alpha) = \alpha e_{t+h,t}^2 \quad \alpha > 0$$

α es una constante libre que no es de importancia. Típicamente, $\alpha = \frac{1}{2}$ con el fin de facilitar el álgebra al momento de optimizar. Este costo es el más popular en la literatura debido a sus propiedades. Es monotónicamente creciente, simétrico, homogéneo de grado 2 y diferenciable en todo su rango.

b) *Error absoluto medio (EAM o MAE)*

$$L(e_{t+h,t} : \alpha) = \alpha |e_{t+h,t}| \quad \alpha > 0$$

Esta función de costos es monótonicamente creciente, simétrica, homogénea y diferenciable en todo su rango con la excepción de $e_{t+h,t} = 0$.

c) Función Linex (Linex)

Introducida por Varian (1974) y estudiada en detalle por Zellner (1986):

$$L(e_{t+h,t} : \alpha_1, \alpha_2) = \alpha_1 \left[\exp(\alpha_2 e_{t+h,t}) - \alpha_2 e_{t+h,t} - 1 \right] \quad \alpha_1 \geq 0, \alpha_2 \neq 0.$$

La función está normalizada de tal manera que $L(0) = 0$. Esta función de costos es asimétrica. Si $\alpha_2 > 0$ es casi lineal a la izquierda del eje y y casi exponencial a la derecha. El patrón anterior se invierte si $\alpha_2 < 0$. Nótese que si $\alpha_1 = \frac{1}{\alpha_2^2}$ entonces $\lim_{\alpha_2 \rightarrow 0} L(e) = \frac{e^2}{2}$ así para α_2 pequeño, el costo cuadrático está aproximadamente anidado dentro del costo Linex.

3. La distribución condicional de predicción

La distribución condicional caracteriza completamente la variable aleatoria de interés. Si el interés es en un vector aleatorio (porque existen varias variables de interés o porque la idea es pronosticar varios períodos de tiempo) una distribución conjunta es apropiada. Desde el punto de vista de la teoría de la decisión, la distribución condicional describe la incertidumbre asociada al problema. Sin embargo, la mayoría de la literatura de pronóstico no considera la distribución dado que únicamente están interesados en pronósticos puntuales, aunque en ocasiones, con el desconocimiento de los autores, existe un supuesto implícito sobre la misma. Desarrollos más recientes, estiman el total de la distribución condicional. Esto puede ser hecho, por ejemplo, utilizando regresión por percentiles o análisis no paramétrico. Para una discusión ver Diebold *et al.* (1998) y Elliott y Timmermann (2002).

4. Interacción entre la función de costos y la distribución condicional

La importancia de la interacción entre el costo y la distribución condicional es bien sabida al menos desde el artículo de Granger (1969). Por ejemplo, asimetrías en ambos interactúan para definir el predictor óptimo. Asimetrías en la función de costos indican si existen costos diferentes asignados a sobrepredicciones o

subpredicciones, mientras la asimetría en la distribución indica si la realización de la variable de interés tiende a estar por encima o por debajo de la media.

Elliott y Timmermann (2002) muestran que otra manera de ver la interacción entre la función de costos y la distribución se logra a través de realizar una expansión de Taylor alrededor de la media condicional del error de pronóstico: $\mu_e = E[f_{t+h,t} - y_{t+h} | \Omega_t]$. Donde Ω_t es el conjunto de información disponible en t .

$$L(e_{t+h,t}) = L(\mu_e) + L'(\mu_e)(e_{t+h,t} - \mu_e) + \frac{1}{2}L''(\mu_e)(e_{t+h,t} - \mu_e)^2 + \sum_{k=3}^{\infty} \frac{1}{k!}L^k(\mu_e)(e_{t+h,t} - \mu_e)^k$$

y tomando expectativas

$$E[L(e_{t+h,t}) | \Omega_t] = L(\mu_e) + \frac{1}{2}L''(\mu_e)E[(e_{t+h,t} - \mu_e)^2 | \Omega_t] + \sum_{k=3}^{\infty} \frac{1}{k!}L^k(\mu_e)E[(e_{t+h,t} - \mu_e)^k | \Omega_t]$$

La interacción entre la forma de la función de costos (las derivadas) y los momentos (centrales) de la distribución se observa claramente en la expresión. Combinaciones entre los valores de las derivadas y los momentos de la distribución, determinarán qué tanto de la una o la otra se necesita para aproximar la función de costos.

5. La elección del pronóstico óptimo

La elección del pronóstico óptimo involucra entonces un conjunto de interacciones que tradicionalmente no se tienen en cuenta. La mayoría de la literatura sobre pronóstico supone una distribución simétrica para la generación de los mismos y evalúan éstos con una función simétrica de costos. Lo que hemos visto en los apartados inmediatamente anteriores es que, aparte de este esquema convencional, se pueden presentar situaciones en las que la utilización tanto de funciones condicionales como de funciones de costos asimétricas generan pronósticos óptimos distintos a los obtenidos bajo esquemas simétricos. Es por esto que en la sección siguiente, aparte del análisis tradicional de pronóstico, se añadirá el análisis con funciones de pérdida asimétricas con el fin de ilustrar este punto.

V. RESULTADOS

De las secciones anteriores se observa que un análisis de pronóstico con un modelo no lineal que tenga en cuenta las posibles

asimetrías en la función de costos podría brindar información útil para la toma de decisiones por parte de los encargados de las mismas. Es por ello que se decidió, a manera de ilustración, tomar el cambio de la tasa de cambio nominal y realizar un ejercicio en el que se le ajusta tanto un modelo lineal como uno no lineal evaluándose ambos con medidas simétricas y asimétricas.

La evaluación de pronóstico del cambio de la tasa de cambio nominal se lleva a cabo sobre los pronósticos de un modelo lineal ARIMA y de uno no lineal que considera una red neuronal artificial autorregresiva. Este trabajo se lleva a cabo con información diaria correspondiente a la primera diferencia del logaritmo de la tasa de cambio nominal. El estudio abarca el período comprendido entre el 8 de febrero de 2000 y el primero de marzo de 2005. Intervalo de tiempo en el cual, tanto para el modelo ARIMA como para ANN, las últimas 60 observaciones son utilizadas para la evaluación *rolling* fuera de muestra.

1. Modelo no lineal

El período de entrenamiento corresponde a la muestra comprendida entre el 8 de febrero de 2000 y el 2 de diciembre de 2004, con un total de 1,176 observaciones. La evaluación *rolling* fuera de muestra considera el período entre el 3 de diciembre y el primero de marzo de 2005, es decir 60 observaciones. Con el propósito de mejorar las propiedades de estimación, como se mencionó anteriormente, la primera diferencia del logaritmo natural del tipo de cambio (o el crecimiento diario de la tasa de cambio), $\Delta LTCN_t$, es rescalada en el intervalo (0,1).

La determinación de las variables *entrada* del componente lineal o determinación del conjunto X_t , en cada red, se lleva a cabo mediante la estrategia *stepwise*,⁸ propuesta por Swanson y White (1995, 1997a). Así, en dicha estrategia se parte de una regresión lineal cuya variable dependiente es $\Delta LTCN_t$ y cuyas posibles variables explicativas son seleccionadas dentro de sus primeros 24 rezagos.

Una vez definido el conjunto de variables *entrada* de la componente lineal, X_t , se realiza el proceso de estimación de la red

⁸ A pesar de ser la estrategia *Stepwise* de carácter lineal, es frecuentemente utilizada como mecanismo de selección en el contexto de redes neuronales. Como lo expresa Franses frente a una consulta de Arango *et al.* (2004): “As nonlinear functions can appear in dozens of formats, it is difficult to make a selection first. Hence, one usually starts with the first order linear approximation”.

neuronal mediante el proceso de optimización numérica Quasi-Newton de Broyden, Fletcher, Goldfarb y Shano,⁹ para las diferentes configuraciones del conjunto de información Z_i , $Z_i \subseteq X_i$, del componente no lineal¹⁰ y para un número de unidades ocultas Q que varían desde uno hasta cuatro.¹¹

Franses y van Dijk (2000) señalan cómo la convergencia en el proceso de estimación no garantiza la obtención del mínimo global. Por consiguiente, se llevan a cabo 30 estimaciones de cada una de las diferentes arquitecturas utilizando distintos valores iniciales del vector de parámetros γ . Tales valores iniciales son obtenidos aleatoriamente a partir de una distribución uniforme entre [-2, 2]. Los parámetros del término de *weight decay* en la función objetivo $S(\Theta)$ son $r_\phi = 0.01$, $r_\beta = r_\gamma = 0.0001$.

La selección de las cinco estimaciones óptimas por arquitectura se realiza considerando dos criterios: *i*) menor valor de la función objetivo; y *ii*) vector de gradientes, asociado a los parámetros de la estimación, sin elementos superiores a 1×10^{-3} . Una vez llevada a cabo dicha selección se lleva a cabo el procedimiento de pronósticos fuera de muestra bajo el esquema *rolling*. Para finalmente, proceder a calcular las medidas de evaluación simétricas y asimétricas.

El cuadro 1 presenta, por horizonte, las medidas de evaluación *RMSPE* y *MAPE*, de carácter simétrico, de los modelos ARIMA, ANN y caminata aleatoria (RW). Es de señalar que en el caso de las ANN se presenta aquella red o arquitectura que es la mejor en el sentido de mínima medida de evaluación. La existencia de evidencia a favor de la caminata aleatoria como proceso generador del nivel de la tasa de cambio lleva a que el mejor pronóstico de $\Delta LTCN$ es cero, valor frente al cual se lleva a cabo la evaluación. Como puede observarse, en el caso del *RMSPE* a horizontes menores a cinco días el mejor pronóstico se obtendría a través del supuesto de caminata aleatoria. Para los restantes horizontes, claramente se obtienen reducciones del

⁹ Como lo sugieren Franses y D. van Dijk (2000) y Rech (2002), este es uno de los algoritmos más utilizados en el contexto de redes neuronales para solucionar el problema de minimización, planteado en la ecuación (2).

¹⁰ La especificación del conjunto Z_i se lleva a cabo de la siguiente manera: en un primer paso, o $p = 1$, el conjunto Z_i incluye la primera variable del conjunto X_i , luego, en un segundo paso, o $p = 2$, se adiciona al conjunto Z_i la segunda variable de X_i de tal forma que en el último paso, $p = P$, se tiene la igualdad de los conjuntos, $Z_i = X_i$. Es de resaltar que, el conjunto X_i que conforma el componente lineal permanece invariante a través de las diferentes arquitecturas

¹¹ La selección de Q desde uno hasta cuatro es una regularidad empírica observada en trabajos similares.

error de pronóstico al considerar las diferentes arquitecturas de la red neuronal.

CUADRO 1. MEDIDAS SIMÉTRICAS DE EVALUACIÓN DE PRONÓSTICOS SEGÚN *ROLLING ΔLTCN*

<i>Horizonte</i>	<i>P</i>	<i>Q</i>	<i>RMSPE</i>		
			<i>ANN</i>	<i>ARIMA</i>	<i>RW</i>
1	4.00	3.00	119.80	125.72	100.00
2	2.00	3.00	108.73	118.98	100.00
3	2.00	3.00	102.27	125.05	100.00
4	2.00	3.00	103.40	125.11	100.00
5	4.00	2.00	102.92	124.84	100.00
6	3.00	4.00	96.65	125.11	100.00
7	3.00	4.00	97.82	126.55	100.00
8	5.00	4.00	95.40	130.15	100.00
9	5.00	4.00	92.46	131.22	100.00
10	5.00	4.00	107.90	145.55	100.00
11	9.00	2.00	99.70	102.58	100.00
12	3.00	3.00	100.71	102.66	100.00

<i>Horizonte</i>	<i>P</i>	<i>Q</i>	<i>MAPE</i>		
			<i>ANN</i>	<i>ARIMA</i>	<i>RW</i>
1	5.00	4.00	95.99	103.06	100.00
2	2.00	4.00	93.69	103.38	100.00
3	2.00	3.00	90.19	109.18	100.00
4	2.00	2.00	92.92	110.59	100.00
5	4.00	2.00	91.35	110.26	100.00
6	3.00	4.00	89.83	110.43	100.00
7	5.00	4.00	90.60	111.15	100.00
8	4.00	2.00	86.80	112.38	100.00
9	5.00	4.00	84.80	112.84	100.00
10	5.00	4.00	97.97	116.31	100.00
11	1.00	3.00	89.25	100.97	100.00
12	3.00	3.00	87.39	101.05	100.00

En lo referente a la medida *MAPE*, claramente se observa, para todo horizonte, la ventaja de trabajar con redes neuronales artificiales. Las dos medidas señalan la poca conveniencia de trabajar con modelos lineales como lo es el modelo ARIMA.

El cuadro 2 presenta las medidas simétricas de evaluación *RMSE* y *MAE*. Se observa, para todo horizonte de pronóstico, un mejor comportamiento de los pronósticos obtenidos a través de las redes neuronales.

En el cuadro 3 se consignan los resultados de la estrategia asimétrica de evaluación de pronósticos del modelo lineal ARIMA,

CUADRO 2. MEDIDAS SIMÉTRICAS DE EVALUACIÓN DE PRONÓSTICOS SEGÚN *ROLLING ΔLTCN*

<i>Horizonte</i>	<i>P</i>	<i>Q</i>	<i>RMSE</i>		
			<i>ANN</i>	<i>ARIMA</i>	<i>RW</i>
1	2.00	2.00	0.0072	0.0076	0.0081
2	3.00	2.00	0.0075	0.0078	0.0081
3	1.00	4.00	0.0079	0.0081	0.0082
4	3.00	4.00	0.0079	0.0081	0.0082
5	7.00	3.00	0.0072	0.0081	0.0083
6	9.00	4.00	0.0078	0.0081	0.0083
7	9.00	4.00	0.0076	0.0080	0.0082
8	9.00	4.00	0.0075	0.0079	0.0081
9	2.00	4.00	0.0077	0.0080	0.0082
10	2.00	4.00	0.0079	0.0082	0.0082
11	7.00	4.00	0.0081	0.0083	0.0083
12	7.00	3.00	0.0080	0.0082	0.0082

<i>Horizonte</i>	<i>P</i>	<i>Q</i>	<i>MAE</i>		
			<i>ANN</i>	<i>ARIMA</i>	<i>RW</i>
1	2.00	2.00	0.0047	0.0052	0.0057
2	3.00	4.00	0.0050	0.0055	0.0058
3	5.00	4.00	0.0054	0.0057	0.0058
4	4.00	2.00	0.0055	0.0057	0.0058
5	7.00	3.00	0.0053	0.0058	0.0059
6	7.00	4.00	0.0053	0.0057	0.0058
7	9.00	4.00	0.0053	0.0056	0.0057
8	6.00	2.00	0.0051	0.0055	0.0056
9	2.00	4.00	0.0052	0.0055	0.0056
10	6.00	3.00	0.0054	0.0057	0.0056
11	4.00	4.00	0.0054	0.0057	0.0057
12	9.00	2.00	0.0053	0.0055	0.0056

el modelo no lineal de redes neuronales artificiales, y los resultados de evaluación de los pronósticos de una camita aleatoria. Como medida asimétrica se eligió una función Lin-Lin en la que se le asigna un costo más alto a subpredicciones que a sobrepredicciones.¹² Del cuadro se deduce que si existe un interés en un modelo que brinde pronósticos que no arroje demasiadas subpredicciones (dado que éstas son costosas) una ANN es mucho más eficiente para este propósito que un modelo ARIMA o una caminata aleatoria a todo horizonte.

¹² La idea detrás de esta valoración proviene del hecho de que subpredicciones (pronosticar por debajo del valor efectivamente observado) significan mucho dinero perdido para el sistema financiero.

CUADRO 3. MEDIDA ASIMÉTRICA DE EVALUACIÓN DE PRONÓSTICOS SEGÚN *ROLLING ΔLTCN*

<i>Horizonte</i>	<i>P</i>	<i>Q</i>	<i>LINLINP</i>		
			<i>ANN</i>	<i>ARIMA</i>	<i>RW</i>
1	8	1	0.17	0.25	0.27
2	8	1	0.17	0.26	0.27
3	8	1	0.17	0.28	0.28
4	9	1	0.18	0.28	0.28
5	8	1	0.18	0.28	0.28
6	8	1	0.18	0.28	0.28
7	9	1	0.18	0.29	0.28
8	9	1	0.17	0.29	0.29
9	7	1	0.17	0.30	0.29
10	7	1	0.17	0.30	0.30
11	7	1	0.18	0.30	0.30
12	7	1	0.17	0.31	0.31

VI. CONCLUSIONES

Este trabajo compara pronósticos provenientes de un modelo no lineal (Red Neuronal), con los de un modelo lineal tradicional (ARIMA). Los pronósticos son obtenidos a través de una metodología de *rolling* y su evaluación se lleva a cabo con respecto a medidas tanto simétricas (las cuales asignan la misma valoración a errores de la misma magnitud sin importar su signo) como asimétricas (las cuales permiten diferenciar los errores dependiendo no solamente de su magnitud sino de su signo). La literatura siempre ha tenido la visión de que los pronósticos no lineales, si son mejores para pronosticar, no lo son de una manera abrumadora con respecto a sus contrapartes lineales. Este argumento siempre ha sido esbozado utilizando para ello funciones de pérdida simétricas. Por lo anterior este trabajo presenta un esquema de la teoría de decisión y pronóstico en economía, con el fin de ilustrar las distintas posibilidades que existen para evaluar predicciones. De allí se concluye que las funciones basadas en minimización de un error cuadrático medio son tan sólo una de las muchas posibilidades existentes para evaluar la bondad de un pronóstico. Por lo anterior, en el presente documento se utilizaron, además de las medidas tradicionales, funciones de pérdida asimétricas con el fin de comparar, bajo este esquema, los pronósticos.

Los resultados obtenidos permiten concluir que a la luz de las funciones de pérdida asimétricas, los modelos no lineales

tienen una mejora considerable en capacidad de pronóstico, con respecto a los modelos lineales. Este resultado es robusto al horizonte de pronóstico, justificando así el uso de técnicas de estimación más complejas si lo que se necesita es solucionar un problema en el que el pronóstico óptimo deba ser evaluado con funciones de pérdida que no son simétricas.

BIBLIOGRAFÍA

- Arango, C., M. Misas, E. López y J. N. Hernández (2004), “No-linealidades en la demanda de efectivo en Colombia: las redes neuronales como herramienta de pronóstico”, *Ensayos sobre Política Económica*, n° 45, pp. 11-57.
- Azoff, E. M. (1996), *Neural Network. Time Series Forecasting of Financial Markets*, Wiley, A Wiley Finance Edition.
- Box, G. E. P., G. M. Jenkins y G. C. Reinsel (1994), *Time Series Analysis. Forecasting and Control*, tercera edición, Prentice-Hall, Nueva Jersey.
- Christoffersen, P., y F. X. Diebold (1997), “Optimal Prediction under Asymmetric Loss”, *Econometric Theory*, vol. 13, pp. 806-817.
- Clements, M. P., y D. F. Hendry (1998), *Forecasting Economic Time Series*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Diebold, F. X., T. A. Gunther y A. S. Tay (1998), “Evaluating Density Forecasts with Applications to Financial Risk Management”, *International Economic Review*, vol. 39, pp. 863-883.
- Diebold, F. X., y J. M. Nasson (1990), “Nonparametric Exchange Rate Prediction”, *Journal of International Economics*, vol. 28, pp. 315-32.
- Dijk, D. van, T. Teräsvirta y P. H. Franses (2001), *Smooth Transition Autoregressive Models – A Survey of Recent Developments*, Stockholm School of Economics (Working Paper Series in Economics and Finance).
- Elliott, G., y A. Timmermann (2002), *Optimal Forecast Combinations under General Loss Functions and Forecast Error Distributions*, UCSD (Working Paper).
- Frankel, J., y A. Rose (1995), “Empirical research on nominal exchange rates”, en G. Grossman y K. Rogoff (eds.), *Handbook of International Economics*, Elsevier Science, Amsterdam.
- Franses, P. H., y D. van Dijk (2000), *Non-linear time series models in empirical finance*, Cambridge University Press.

- Gradojevic, N., y J. Yang (2000), *The Application of Artificial Neural Networks to Exchange Rate Forecasting: The Role of Market Microstructure Variables*, Banco de Canadá (Working Paper, nº 2000-23).
- Granger, C. W. J. (1969), "Prediction with a Generalized Cost Function", *Operational Research*, vol. 20, pp. 199-207; reimpresso en E. Ghysels, N. R. Swanson y M. W. Watson (eds.), *Essays in Econometrics: Collected Papers of Clive W. J. Granger*, vol. I, Cambridge University Press, Cambridge, 2001.
- Granger, C. W. J. (1999), "Outline of Forecast Theory using Generalized Cost Functions", *Spanish Economic Review*, vol. 1, pp. 161-73.
- Granger, C. W. J. (2001), "Evaluation of Forecasts", en D. F. Hendry y N. R. Ericsson (eds.), *Understanding Economic Forecasts*, The MIT Press, Cambridge.
- Granger, C. W. J., y P. Newbold (1986), *Forecasting Economic Time Series*, segunda edición. Academic Press, Orlando.
- Granger, C. W. J., y M. H. Pesaran (2000), "A Decision Theoretic Approach to Forecast Evaluation", en W. S. Chon, W. K. Li y H. Tong (eds.), *Statistics and Finance: An Interface*, Imperial College Press, Londres, pp. 261-78.
- Granger, C. W. J., y T. Teräsvirta (1993), *Modelling Nonlinear Economic Relationships*, Advanced Texts in Econometrics, Oxford University Press.
- Hornik, K., M. Stinchcombe y H. White (1989), "Multi-Layer Feedforward Networks are Universal Approximators", *Neural Networks*, vol. 2, pp. 359-66.
- Isard, P. (1995), *Exchange rate economics*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Kuan C. M., y H. White (1994), "Artificial Neural Networks: An Econometric Perspective", *Econometric Reviews*, vol. 13.
- Kuan C. M., y T. Liu (1995), "Forecasting Exchange Rates Using Feedforward and Recurrent Neural Networks", *Journal of Applied Econometrics*, vol. 10, pp. 347-364.
- Meese, R. (1990), "Currency fluctuations in the post-Bretton Woods era", *Journal of Economic Perspectives*, vol. 4, nº 1, pp. 117-34.
- Meese, R., y K. Rogoff (1983), "The out-of-sample failure of empirical exchange rate models, en J. Frenkel (ed.), *Exchange Rate and International Macroeconomics*, University of Chicago Press, Chicago.
- Meese, R., y A. Roose (1991), "An empirical assessment of nonlinearities in models of exchange rate determination", *Review of Econometric Studies*, nº 58.

- Pesaran, M. H., y S. Skouras (2002), "Decision-Based Methods for Forecast Evaluation", en M. P. Clements y D. F. Hendry (eds.), *A Companion to Economic Forecasting*, Blackwell Publishers, Oxford.
- Plasmans, J., W. Verkooyen y H. Daniels (1998), "Estimating Structural Exchange Rate Models by Artificial Neural Networks", *Applied Financial Economics*, vol. 8, n° 5, octubre, pp. 541-51.
- Rech, G. (2002), *Forecasting with artificial neural network models*, SSE/EFI (Working paper Series in Economics and Finance, n° 491).
- Santana, J. C. (2006), "Predicción de series temporales con redes neuronales: una aplicación a la inflación colombiana", *Revista Colombiana de Estadística*, vol. 29, n° 1, junio.
- Stock, J. H. (2001), "Forecasting Economic Time Series", cap. 27, en B. H. Baltagi (ed.), *A Companion to Theoretical Econometrics*, Blackwell Publishers.
- Swanson, N. R., y H. White (1995), "A Model-Selection Approach to Assessing the Information in the Term Structure Using Linear Models and Artificial Neural Networks", *Journal of Business & Economic Statistics*, vol. 13, n° 3.
- Swanson, N. R., y H. White (1997a), "A model Selection Approach to Real-Time Macroeconomic Forecasting Using Linear Models and Artificial Neural Networks", *The Review of Economics and Statistics*, n° 79.
- Swanson, N. R., y H. White (1997b), "Forecasting economic time series using flexible versus fixed specification and linear versus nonlinear econometric models", *International Journal of Forecasting*, n° 13.
- Taylor, M. (1995), "The Economics of Exchange Rates". *Journal of Economic Literature*, vol. 83, pp. 13-47.
- Tenti, P. (1996), "Forecasting Foreign Exchange Rates Using Recurrent Neural Networks", *Applied Artificial Intelligence*, vol. 10, pp. 567-81.
- Varian, H., (1974), "A Bayesian Approach to Real Estate Assessment", en S. E. Fienberg y A. Zellner (eds.), *Studies in Bayesian Econometrics and Statistics in Honor of L. F. Savage*, North-Holland, Amsterdam, pp. 195-208.
- Watson, M. (2005), Comentario sobre "What's Real about the Business Cycle", *Federal Reserve Bank of St Louis Review*, julio-agosto.
- West, K., H. J. Edison y D. Cho (1993), "A Utility Based Evaluation of Some Models of Exchange Rate Variability", *Journal of International Economics*, vol. 35, pp. 23-46.

Zellner, A. (1986), "Bayesian Estimation and Prediction Using Asymmetric Loss Functions", *Journal of Forecasting*, vol. 8, pp. 446-51.

Oknan Bello
Óscar Gámez

Inflación e incertidumbre inflacionaria en Nicaragua: una aplicación usando un modelo EGARCH

I. INTRODUCCIÓN

La inflación ha sido y sigue siendo un tema de estudio importante. Actualmente existe un consenso de que la inflación alta es “mala”, y que introduce importantes distorsiones en la economía. Barro (1997) utilizando datos de 100 países durante las últimas tres décadas, estima que un incremento de 10 puntos porcentuales en la tasa de inflación está asociado con 0.3 a 0.4 puntos porcentuales de caída en la tasa anual del crecimiento del PIB per cápita.

Aunque los costos asociados a mayores niveles de inflación pueden ser importantes, muchos economistas creen que son más importantes los costos asociados a la incertidumbre sobre los niveles futuros de inflación. En su discurso de Premio Nobel,

Publica el CEMLA, con la debida autorización, el trabajo de O. Bello y Ó. Gámez, funcionarios de la Gerencia de Estudios Económicos, del Banco Central de Nicaragua (BCN), presentado en la XI Reunión Anual de la Red de Investigadores de Banca Central, auspiciada por el Banco Central de la República Argentina y el CEMLA, celebrada en Buenos Aires, del 22 al 24 de noviembre de 2006. Las opiniones expresadas por los autores en este trabajo son propias y no representan necesariamente la postura del Banco Central de Nicaragua. Correos electrónicos: {obello@bcn.gob.ni y ogamez@bcn.gob.ni}.

Milton Friedman, refiriéndose a la pendiente de la curva de Phillips, dice: “Lo que importa no es la inflación *per se*, sino la inflación no anticipada”. En esta línea, Friedman (1977) y Ball (1992), plantean la hipótesis de que una alta tasa de inflación crea mayor incertidumbre sobre los niveles futuros de inflación, lo cual entorpece las decisiones de los consumidores y productores, y por tanto, reduce el bienestar económico de éstos. Sin esta incertidumbre, los agentes planearían mejor el futuro y se facilitaría la toma de decisiones óptimas por parte de ellos.

Una hipótesis alternativa fue la propuesta por Cukierman y Metzler (1986), los cuales muestran que un incremento en la incertidumbre acerca del crecimiento del dinero y de la inflación incrementará la inflación óptima promedio, ya que el aumento en la incertidumbre proveerá un incentivo a los responsables de la política monetaria de crear sorpresas inflacionaria para estimular el crecimiento del producto.¹ Por tanto, uno de los argumentos que podría ser utilizado para fundamentar la necesidad de mantener niveles reducidos de inflación consiste en la relación positiva que existiría entre el nivel de inflación y el grado de incertidumbre respecto a la misma, y viceversa.

Dado el comportamiento tan disímil de la inflación en Nicaragua, la cual ha exhibido períodos prolongados de alta y baja inflación, y la importancia de un conocimiento profundo sobre la evolución de la inflación para la conducción de la política monetaria, el objetivo de este trabajo es examinar las hipótesis antes expuestas, usando un modelo ARCH generalizado exponencial (EGARCH) para modelar la relación entre inflación e incertidumbre inflacionaria.

El resto del trabajo se organiza de la siguiente manera. En la sección II hacemos algunas consideraciones acerca de los efectos económicos de la inflación y la incertidumbre inflacionaria. La sección III explica formas de medición alternativas de la incertidumbre inflacionaria. En la sección IV describimos la evolución de la inflación en Nicaragua desde la segunda mitad de los años setenta hasta mediados de 2006. La sección V presenta el modelo a utilizar para modelar la incertidumbre inflacionaria y los resultados de la estimación. La sección VI presenta las conclusiones.

¹ En Nicaragua, en la segunda mitad de los ochenta, la autoridad monetaria tuvo algún control sobre la base monetaria y la demanda agregada debido a varias razones: baja movilidad de capitales, restricciones a la convertibilidad de la moneda, devaluaciones del tipo de cambio oficial frecuentes y existencia de un mercado negro y paralelo para la convertibilidad del dólar. Sin embargo, en el resto del período muestral relevante para este estudio se ha tenido algún esquema de fijación cambiaria (fijo o *crawling peg*).

II. EFECTOS ECONÓMICOS DE LA INFLACIÓN Y LA INCERTIDUMBRE INFLACIONARIA

Según Tower (1971), la inflación, es decir, su nivel, tiene un costo social. Para él, la inflación es ineficiente porque en una economía inflacionaria, los recursos económicos son utilizados en intentos de economizar dinero, el cual se produce sin costos. El excedente privado del consumidor se reduce, mientras la sociedad no ahorra porque el costo de producir dinero es casi nulo. Por otro lado, hay costos de menú y costos de recomposición de portafolio ocasionados por niveles de inflación más altos, los cuales son resaltados por Fischer (1994). Estos últimos costos se pueden evitar con mecanismos como la indexación, sin embargo, dado que ésta es imperfecta, no se eliminan del todo. También es importante mencionar las ineficiencias que pueden ocurrir cuando el sistema impositivo no está indexado, causando que la escala impositiva de algunos agentes aumente sin un incremento en el valor real de sus ingresos.

Además, la inflación puede afectar la actividad indirectamente a través de la incertidumbre que provoca sobre los niveles futuros de inflación. Para muchos economistas, estos costos son más grandes en términos de pérdida de producto que los anteriores. Friedman (1977) y Ball (1992), exponen la hipótesis de que mayores niveles de inflación crean mayor incertidumbre sobre los niveles futuros de inflación. Friedman (1977), sin ningún modelo formal, plantea que existe una correlación positiva entre las tasas de inflación y la incertidumbre de dichas tasas en el futuro y argumenta que la causalidad va desde la inflación a la incertidumbre. Éste enfatiza que una mayor volatilidad de la inflación distorsiona los precios relativos mermando el poder informativo que tienen los precios para coordinar la actividad económica. Ball (1992), le da sustento teórico a esta hipótesis mediante un modelo de juego repetido a la Barro-Gordon. Éste construye un modelo de política monetaria en el cual un incremento en la tasa de inflación lleva a más incertidumbre acerca de la inflación futura. En este modelo, los agentes basados en información pública imperfecta sobre las actuales y futuras preferencias de los responsables de la política monetaria, cuando se presentan niveles bajos de inflación, no perciben riesgo de comportamiento oportunista de las autoridades, tal que la incertidumbre inflacionaria será baja. Si la inflación es alta, sin embargo, el público es incapaz de identificar las preferencias de las autoridades actuales, haciendo que se incremente la probabilidad de que el responsable de la política monetaria

posponga un programa de estabilización, en orden a evitar la recesión que probablemente resultaría. A la inversa, Cukierman (1992) trae a colación una hipótesis alternativa. Este autor, sugiere que un banco central oportunista podría considerar los altos niveles de incertidumbre como una oportunidad de incrementar los niveles de inflación usando políticas monetarias expansivas. Así, es posible que se de un círculo vicioso donde mayores niveles de inflación provoquen mayor incertidumbre inflacionaria, lo cual también provocaría que la tasa de inflación suba nuevamente.

Según Golob (1994), la incertidumbre inflacionaria tiene dos tipos de efectos para la economía. Por un lado, la misma induce a los agentes a tomar decisiones que difieren de aquellas que realizarían en un ambiente sin incertidumbre –estos son los llamados efectos *ex ante*–; por otra parte, existen efectos que se verifican luego de que las decisiones hayan sido realizadas –efectos *ex post*– y ocurren cuando la inflación efectiva difiere de las expectativas previas de los agentes.

La incertidumbre inflacionaria afecta la economía *ex ante* a través de tres canales: primero, afecta los mercados financieros al elevar la tasa de interés, especialmente la de largo plazo. Si la inflación es incierta, la tasa de retorno de los activos nominales de largo plazo es riesgosa, como resultado, los inversores demandarán un mayor retorno esperado, lo que se traduce en tasas de interés más elevadas reduciendo así la inversión. Segundo, incrementa la incertidumbre de otras variables macroeconómicas. Especialmente hay un mayor riesgo asociado a los resultados de los contratos que se celebran sin indexación. Y por último, induce a una mayor asignación de recursos destinada a protegerse de los riesgos de la inflación futura.

Por otra parte, los costos *ex post*, derivados del nivel de incertidumbre, están relacionados con el error de predicción de la inflación una vez que la misma se produjo. Estos errores traen como consecuencias transferencias de riqueza no previstas entre las partes involucradas en contratos especificados en términos nominales, un argumento ya planteado por Friedman (1977).

III. MEDIDAS DE INCERTIDUMBRE INFLACIONARIA

Un primer paso para medir la incertidumbre inflacionaria es distinguir entre variabilidad de la inflación e incertidumbre inflacionaria.

La variabilidad de la inflación, calculada generalmente como la varianza o desviación estándar de la inflación durante un período de tiempo, es un concepto *ex post* que tiene que ver con los valores que toma la tasa de inflación período a período y sus fluctuaciones alrededor de un valor medio. Ahora bien, que dicha desviación sea grande, no significa necesariamente que la tasa de inflación sea impredecible. De hecho, si los agentes elaboran racionalmente sus expectativas con base en un buen modelo que describa bien la economía, cualquier cambio importante en la política monetaria será internalizado por los agentes en sus expectativas con poca incertidumbre para los mismos. La incertidumbre inflacionaria en cambio, es un concepto *ex ante* y subjetivo, que depende intrínsecamente del proceso generador de expectativas. Como lo expone Evans (1991), si los individuos poseen poca información, ellos pueden ver el futuro con mucha incertidumbre a pesar de que la inflación sea poco volátil.

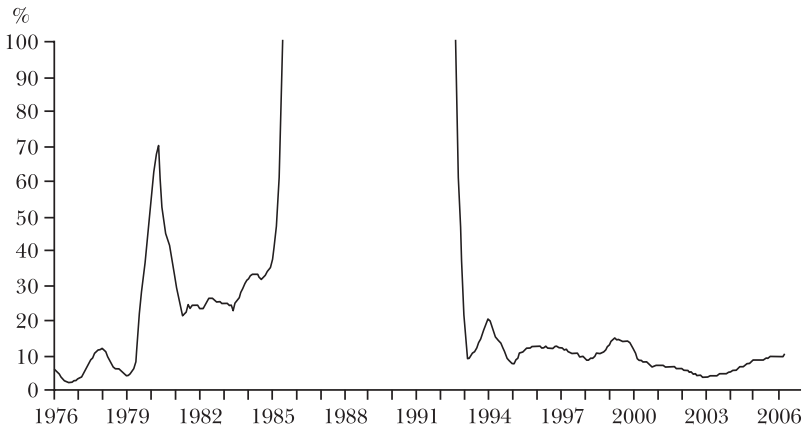
En las investigaciones recientes, dos estrategias han sido usadas para medir la incertidumbre inflacionaria. Según Golob (1994), la primera estrategia usa encuestas a consumidores y economistas, la cual intenta tener alguna medida directa y explícita de las expectativas inflacionarias de los agentes económicos. Una posibilidad, en esta dirección, es realizar encuestas a economistas independientes sobre su apreciación de la inflación en el futuro, y después calcular la varianza de estas apreciaciones como una medida de la incertidumbre. Al usar esta estrategia, la evidencia empírica ha demostrado consistentemente que mayores niveles de inflación están asociados a mayor incertidumbre inflacionaria.

La segunda estrategia para estimar la incertidumbre inflacionaria usa modelos econométricos para proyectar la inflación futura. Grandes errores de predicción del modelo, implican mayor incertidumbre, mientras que pequeños errores de predicción implican baja incertidumbre. Así, la incertidumbre está asociada a la dificultad de predecir la inflación. En este trabajo seguimos esta estrategia, y nuestra medida de incertidumbre será la desviación estándar condicional de este error de predicción. Los resultados de los estudios usando esta estrategia no son muy consistentes, aunque hay una gran cantidad de estudios, especialmente para Estados Unidos, que verifican la relación entre niveles de inflación e incertidumbre inflacionaria (véanse Evans, 1991; Grier y Perry, 1998, entre otros). Posteriormente, dentro de la sección V presentamos formalmente el modelo utilizado.

IV. EVOLUCIÓN DE LA INFLACIÓN EN NICARAGUA²

La inflación en Nicaragua, medida como la variación en doce meses del índice de precios al consumidor (IPC) ha mostrado una trayectoria muy volátil en su historia. Esta variable ha presentado valores muy bajos, cercanos al 2% en 1976, hasta valores que superan el 20,000% entre 1988 y 1991. (Véase gráfica I.)

GRÁFICA I. INFLACIÓN EN DOCE MESES, 1976-2006 (datos mensuales)



NOTA: Los datos fueron truncados para una mejor visibilidad de la serie.

Se puede dividir la evolución de la inflación en cuatro períodos:

- *Período 1976:01-1979:05*: durante este período el BCN orientó la política de Nicaragua bajo los principios del enfoque monetario de la balanza de pagos. Hubo libertad cambiaria bajo un régimen de tipo de cambio fijo. Los desequilibrios internos se corregían con importaciones adicionales, evitando que la inflación interna excediera la internacional. El tipo de cambio se mantuvo en siete córdobas por un dólar estadounidense. El promedio de la inflación en doce meses fue de 6.5% con una desviación estándar de 2.9%.
- *Período 1979:06-1985:06*: entre 1979 y 1985 se hicieron reformas económicas fundamentales que nacionalizaron una gran parte de la economía. Las reformas pretendían implementar

² Una fuente que contiene una excelente descripción de la política económica de Nicaragua y de los acontecimientos económicos más importantes durante la década de los ochenta y principios de los noventa es Ramírez (1998).

una economía planificada y se crearon mercados paralelos de bienes, servicios y divisas, lo que produjo que se distorsionaran las señales de precios. Hubo una fuerte expansión de la demanda interna no compensada con oferta doméstica, lo que creó una fuerte brecha externa. El déficit fiscal pasó de 7.2% en relación al PIB en 1979 a más de 20% en 1985. En el área monetaria, hubo una fuerte expansión de la liquidez, tanto para financiar el déficit fiscal, como también por una fuerte expansión del crédito a la economía. El tipo de cambio se mantuvo fijo en 10 córdobas por un dólar hasta principios de 1985, por la alta disponibilidad de divisas y la ayuda internacional, y después se devaluó a 28 córdobas por un dólar en ese mismo año, cuando éstas empezaron a agotarse, legalizándose además el mercado paralelo. En este mercado, el dólar llegó a cotizarse a 760 córdobas por un dólar a final de 1985, mientras que, en el mercado negro, la cotización de cada año fue de 140 córdobas por un dólar en 1983, 300 córdobas por un dólar en 1984 y 1,050 córdobas por un dólar en 1985. Durante este período los desequilibrios en el mercado interno y externo fueron financiados con la masiva ayuda externa. A final de 1985, la deuda externa se situaba en 5 mil millones de dólares. En julio de 1985 se decretó un estado de emergencia económica, el cual comprendía un programa de austeridad. El promedio de la tasa de inflación en doce meses fue de 34.7% con una desviación estándar de 14.2%.

- *Período 1985:07-1992:06*: los desequilibrios macroeconómicos producto de la políticas implementadas, principalmente una gran expansión del crédito y de la oferta monetaria, condujeron a un proceso hiperinflacionario, por el cual se llegó a tasas de inflación de 681.6% y 911.2% en 1986 y 1987, respectivamente. El tipo de cambio oficial se unificó en 1987 a 1,050 córdobas por un dólar, pero, en el mercado paralelo libre, se produjeron siete devaluaciones en 1986; en diciembre, la relación era 2,200 córdobas por un dólar; doce meses más tarde de 20,000 córdobas por un dólar. A pesar de todo, la moneda seguía sobrevaluada, por lo cual su cotización en el mercado negro era de 50,000 córdobas por un dólar en diciembre de 1987. Además, se siguió con la política de controles de precios, lo que contribuyó aún más a los desequilibrios. En 1988 se llevó a cabo una política de ajuste que pretendía corregir los grandes desequilibrios macroeconómicos y corregir las distorsiones en el sistema de precios. En febrero

se creó el córdoba nuevo, equivalente a mil córdobas viejos con una nueva tasa de cambio de 10 córdobas por un dólar. Otras medidas fueron: reajustes de precios de los productos; reducción de los montos de crédito financiados; fijación de tasas de interés variables; aumento de los impuestos indirectos; reducción de los subsidios a los servicios públicos y reducción del aparato administrativo del gobierno, entre otras. La inflación en doce meses en 1988 fue de 14,315.7% y el tipo de cambio oficial alcanzó en diciembre 920 córdobas por dólar.

En 1989 se siguió con las políticas de ajustes, acentuándose el ajuste fiscal y se discutió entre diferentes sectores sociales de una apertura al sector empresarial. No obstante, los resultados económicos de 1989 fueron negativos: la inflación fue de 4,708% y el tipo de cambio oficial pasó a 38,150 córdobas por un dólar.

En 1990 se planteó un programa de estabilización para abatir la hiperinflación y otro de ajuste estructural, para impulsar el crecimiento de la economía nacional. Se introdujo el córdoba oro con un tipo de cambio de 1 córdoba por 1 dólar con libre convertibilidad. La inflación fue de 7,485.2% y el tipo de cambio del córdoba nuevo fue de 3,000,000 córdobas por un dólar.

En marzo de 1991 se fija la paridad de 5 córdobas oro por un dólar, y se desplaza el córdoba nuevo, se libera la banca y las tasa de interés. Además, se profundiza el proceso de intermediación financiera y se conforma y profundiza en marzo un Programa de Estabilización Económica y Ajuste Estructural. La inflación fue de 2,945% y se mantuvo la paridad cambiaria de 5 córdobas por un dólar. En 1992 la economía empieza a estabilizarse, presentando una tasa de inflación de 23.67%. En julio de este año, fue aprobada la nueva Ley Orgánica del Banco Central, que incrementó su autonomía, y se aprobó una ley monetaria que reforzó el desarrollo legal y jurídico de la privatización de la banca.

Durante todo este período el promedio de la inflación en doce meses fue de 5,800% con una desviación estándar de 7,691%.

- *Período 1992:07-2006:04*: en este período el BCN lleva a cabo una política monetaria sana, basada en una acumulación razonable de reservas internacionales para sostener el régimen cambiario y reducir la inflación. Además se hacen esfuerzos considerables en reducir el déficit público y reorientar la economía a una de libre mercado.

En enero de 1993 se devalúa la moneda en 20%, y se diseña una política cambiaria de deslizamiento diario (*crawling peg*), que acumularía un 6% adicional de deslizamiento en el resto del año. En 1994 la tasa de devaluación acumulada aumenta a 12%. En 1995 el BCN introduce las operaciones de mercado abierto en moneda nacional y se redefine el papel del banco central como prestamista de última instancia. Entre 1996 y 1998 se reduce el déficit fiscal y se mantiene la tasa de devaluación de 12%.

Luego, con el propósito de reducir la tasa de inflación se redujo la tasa de deslizamiento en 1999, lo cual se hizo en dos momentos. La primera reducción se produjo en julio de ese año pasando la tasa de deslizamiento de 12% a 9%. La segunda se produjo en noviembre, pasando la tasa de deslizamiento a 6%. Las condiciones que propiciaron esta reducción en la tasa de deslizamiento, fueron los cambios estructurales que imprimieron un mayor dinamismo a la economía y por la indexación de los precios al tipo de cambio nominal.

Entre 2000 y 2001 se dan quiebras de bancos importantes del sistema financiero, no obstante, el BCN funge como prestamista de última instancia logrando mantener la estabilidad cambiaria. En 2004 la tasa de devaluación se redujo a 5%, siempre con el propósito fundamental de reducir la inflación.

La tasa promedio de inflación en doce meses fue de 11.6% con una desviación estándar de 13.2%.

V. ESTIMACIÓN DE UN MODELO EGARCH PARA MODELAR LA INCERTIDUMBRE INFLACIONARIA

1. El modelo EGARCH

En general, un proceso de heterocedasticidad condicional autorregresivo (ARCH) se traduce en que la varianza del error de una ecuación cambia en el tiempo, dependiendo de la magnitud de los errores en períodos anteriores.³ Si a este proceso ARCH le permitimos que la varianza dependa también de rezagos de la propia varianza, tenemos un modelo de heterocedasticidad condicional autorregresivo general (GARCH). Una versión extendida de tal modelo, es el modelo EGARCH(p,q)⁴ propuesto

³ La varianza en cada período se mide como el cuadrado del error.

⁴ El primer término entre paréntesis representa el orden de los rezagos de la variable dependiente (el logaritmo de la varianza condicional de los errores),

por Nelson (1991), el cual es utilizado en nuestro trabajo y se puede representar con algunas modificaciones por el siguiente sistema de ecuaciones:⁵

$$(1) \quad \pi_t = \sum_{j \in J} \rho_j \pi_{t-j} + \sum_{k \in K} \theta_k \sigma_{t-k}^2 + \varepsilon_t$$

$$(2) \quad \varepsilon_t \sim (0, \sigma_t^2)$$

$$(3) \quad \ln(\sigma_t^2) = \beta_0 + \beta_1 \ln(\sigma_{t-1}^2) + \gamma_1 (\varepsilon_{t-1} / \sigma_{t-1}) + \varphi_1 |\varepsilon_{t-1} / \sigma_{t-1}| + \\ + \omega tend + \sum_{s \in S} \psi_s \pi_{t-s}, \quad |\beta_1| < 1$$

Donde π_t representa la tasa de inflación mensual; ε_t es un error estocástico que mide las innovaciones impredecibles en la inflación; σ_t es la desviación estándar condicional de ε_t , la cual representa la incertidumbre inflacionaria; y *tend* es una variable de tendencia. J, K y S son empíricamente definidos usando procedimientos estadísticos estándar (criterios de Akaike y Schwarz).

La ecuación (1) representa la ecuación para la tasa de inflación media, y es la que se supone utilizan los agentes para proyectar la inflación. Como se puede ver, esta depende de la inflación rezagada y de rezagos de la incertidumbre inflacionaria.

La ecuación (2) representa las innovaciones impredecibles en la inflación, o el error de estimación de la inflación (ε_t), el cual sigue una distribución condicional con media cero y varianza σ_t^2 .

Por último, la ecuación (3) nos da la varianza condicional del error de estimación en logaritmo ($\log(\sigma_t^2)$), la cual depende del error rezagado estandarizado ($\varepsilon_{t-1} / \sigma_{t-1}$), del error rezagado estandarizado en valor absoluto $|\varepsilon_{t-1} / \sigma_{t-1}|$, de un rezago de ella misma, de un término de tendencia (*tend*) y de rezagos de la tasa de inflación.⁶ El coeficiente asociado al término de error estandarizado γ_1 captura efectos asimétricos de choques de inflación sobre la incertidumbre inflacionaria; así, si $\gamma_1 > 0$, diríamos que choques positivos en la tasa de inflación (por ejemplo, un

mientras que el segundo término representa el orden de los rezagos de los errores estandarizados.

⁵ Esta representación corresponde a un EGARCH(1,1), el cual se utiliza en las estimaciones más adelante.

⁶ Se incluyó un rezago del error estandarizado y un rezago de la variable dependiente ($\log(\sigma_{t-1}^2)$), ya que esta representación logra capturar el proceso de heterocedasticidad condicional de los errores. Más abajo se presentan estos resultados.

aumento en el precio del petróleo no esperado) causan más incertidumbre inflacionaria que choques negativos de la misma magnitud. La variable de tendencia fue incluida ya que presumiblemente la incertidumbre inflacionaria en Nicaragua ha decrecido en el tiempo, producto de un mayor entendimiento de los agentes acerca del proceso inflacionario.

Intuitivamente, este sistema de ecuaciones nos dice que los agentes cometen errores al estimar la inflación, y que la desviación estándar condicional de los errores mide la incertidumbre de los agentes acerca de la inflación futura. Dicha incertidumbre, depende de los errores de estimación en el pasado, de la incertidumbre en el pasado, y de los niveles de inflación observados en períodos anteriores.

El modelo EGARCH que utilizamos en nuestras estimaciones tiene diversas ventajas sobre los modelos ARCH y GARCH tradicionales. Primero, permite asimetrías en la respuesta de la incertidumbre inflacionaria a los choques de inflación. Segundo, a diferencia de los modelos GARCH, el modelo EGARCH especificado en logaritmo, no impone restricciones de no negatividad sobre los parámetros. Finalmente, modelizar la incertidumbre inflacionaria en logaritmo disminuye el efecto de *outlier* sobre los resultados de la estimación.

Bajo esta representación, si se cumple la hipótesis de Ball y Friedman, el parámetro ψ_s debería ser estadísticamente significativo con signo positivo. Por otro lado, si se cumple la hipótesis de Cukierman y Meltzer, el parámetro θ_k debería ser positivo y estadísticamente significativo.

2. Estimación del modelo EGARCH(1,1)

En esta parte se estima la relación entre la inflación e incertidumbre inflacionaria utilizando el modelo EGARCH(1,1) descrito anteriormente. Como el modelo de inflación propuesto es puramente autorregresivo, no se requiere otro dato que la serie histórica correspondiente al nivel de precios. La serie a utilizar es el IPC mensual publicado por el Banco Central de Nicaragua y elaborado por el Instituto Nacional de Estadísticas y Censos de Nicaragua (INEC). Los datos corresponden al período 1974:01-2006:04.⁷ La medida de inflación utilizada en el análisis es la primera diferencia del logaritmo del índice de precios al consumidor ajustado estacionalmente ($\pi_t = \log[IPC_t / IPC_{t-1}]$) por el método X-12 ARIMA para el período 1974:01-2006:04.

⁷ No hay datos disponibles anteriores a 1974:01 para la inflación mensual.

El primer paso en la modelización econométrica de la inflación consiste en verificar el orden de integración de esta variable. De acuerdo a la prueba aumentada de Dickey-Fuller (ADF) y el de Phillips-Perron, que se presentan en el cuadro 1, rechazamos la hipótesis nula de raíz unitaria en la tasa de inflación a un nivel de significancia de 1%. Por tanto, podemos estimar la inflación mediante un proceso autorregresivo.

CUADRO 1. PRUEBA DE RAÍZ UNITARIA, PERÍODO 1974:01-2006:04

	<i>Intercepto</i>	<i>Tendencia e intercepto</i>
Dickey-Fuller		
IPC	-0.84	-0.89
IPC-IPC(-1)	-4.88 ^a	-4.90 ^a
Valores críticos (%)		
1	-3.45	-3.98
5	-2.87	-3.42
10	-2.57	-3.13
Phillips-Perron		
IPC	-0.71	-0.7
IPC-IPC(-1)	-7.11 ^a	-7.13 ^a
Valores críticos (%)		
1	-3.45	-3.98
5	-2.87	-3.42
10	-2.57	-3.13

NOTAS: IPC: logaritmo natural del índice de precios al consumidor; IPC-IPC(-1): inflación mensual.

^a Significativo al nivel de 1%.

Como segundo paso, estimamos una ecuación de media para la inflación y verificamos si un modelo que incorpore el comportamiento heterocedástico de los errores es necesario. El cuadro 2 presenta los resultados de la ecuación de inflación estimada. Se estimó un modelo en el cual la inflación sigue un proceso autorregresivo de orden 12, AR(12).⁸ El R^2 es aproximadamente de 0.63 y los estadísticos de Ljung-Box (Q) de los errores sugieren que no hay ninguna autocorrelación entre ellos. Sin embargo, aún necesitamos verificar si la varianza condicional del error de la ecuación de inflación es constante en el tiempo. En este caso el correlograma de los errores al cuadrado (gráfica II) muestra que los mismos presentan una fuerte

⁸ Para escoger este modelo hemos utilizado los criterios tradicionales de Akaike, Schwarz y de bondad de ajuste de los datos.

autocorrelación de los errores al cuadrado ya que el estadístico de Ljung-Box (Q^2) es mayor que sus valores críticos incluso al rezago 36, mostrando evidencia de heterocedasticidad condicional. Asimismo, la prueba ARCH-LM, el cual es una prueba de multiplicadores de Lagrange para verificar si los residuos exhiben heterocedasticidad condicional adicional, no rechaza la hipótesis nula de heterocedasticidad condicional. Estos resultados validan la estimación de un modelo de heterocedasticidad condicional para la inflación.

CUADRO 2. MODELO DE INFLACIÓN, VARIABLE DEPENDIENTE: TASA DE INFLACIÓN MENSUAL, PERÍODO 1974:01-2006:04

<i>Parámetros</i>	<i>Coficiente</i>	<i>Error estándar</i>	<i>P-valor</i>
C	6.7334	4.2837	0.1168
AR(1)	0.6340	0.0522	0.0000
AR(2)	-0.0400	0.0619	0.5191
AR(3)	0.1360	0.0615	0.0277
AR(4)	-0.0412	0.0619	0.5066
AR(5)	-0.0176	0.0620	0.7769
AR(6)	0.1351	0.0620	0.0299
AR(7)	0.0407	0.0620	0.5113
AR(8)	0.0016	0.0620	0.9799
AR(9)	0.0058	0.0619	0.9260
AR(10)	0.1361	0.0615	0.0276
AR(11)	-0.0050	0.0619	0.9360
AR(12)	-0.1018	0.0522	0.0519

$R^2 = 0.628$
^aARCH-LM prueba(6) = 102.98(0.00), ARCH-LM prueba(12) = 125.23(0.00)
 $Q(6) = 0.05(1.00)$, $Q(12) = 1.08(1.00)$, $Q(18) = 5.75(0.997)$
 $Q^2(6) = 87.27(0.00)$, $Q^2(12) = 130.81(0.00)$, $Q^2(18) = 131.19(0.00)$

^a P-valor entre paréntesis.

Las funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial (gráfica II) indican que un modelo que podría capturar la heterocedasticidad condicional residual, es un EGARCH(1,1) como el representado por las ecuaciones (1) a (3), donde la varianza de los errores cambia en el tiempo, dependiendo de los errores estandarizados rezagados un período y del logaritmo de la varianza de los errores del período anterior.

Los resultados de la estimación del modelo EGARCH(1,1) se presentan en el cuadro 3. Los estadísticos de Ljung-Box (Q), Ljung-Box (Q^2) y la prueba ARCH-LM, indican que el modelo no presenta autocorrelación de los errores al cuadrado, y que por tanto, el modelo EGARCH(1,1) es suficiente para remover la heterocedasticidad condicional de los errores.

GRÁFICA II. CORRELOGRAMA DE LOS RESIDUOS AL CUADRADO, 1975:01-2006:03 (número de observaciones: 376)

Autocorrelación	Correlación parcial		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.47	0.47	84.01	0.00
		2	0.07	-0.20	85.60	0.00
		3	0.04	0.14	86.31	0.00
		4	0.01	-0.08	86.39	0.00
		5	0.04	0.09	86.86	0.00
		6	0.03	-0.04	87.27	0.00
		7	0.02	0.03	87.36	0.00
		8	0.02	0.00	87.55	0.00
		9	0.06	0.06	88.89	0.00
		10	0.26	0.28	114.78	0.00
		11	0.20	-0.10	130.08	0.00
		12	0.04	0.04	130.81	0.00
		13	0.02	-0.03	130.94	0.00
		14	0.02	0.03	131.04	0.00
		15	0.01	-0.03	131.06	0.00
		16	0.01	0.00	131.08	0.00
		17	0.01	0.02	131.15	0.00
		18	0.01	-0.03	131.19	0.00
		19	0.04	0.08	131.82	0.00
		20	0.05	-0.10	132.88	0.00
		21	0.07	0.09	134.73	0.00
		22	0.06	-0.02	136.18	0.00
		23	0.05	0.06	137.16	0.00
		24	0.02	-0.05	137.36	0.00
		25	0.01	0.03	137.41	0.00
		26	0.01	0.00	137.44	0.00
		27	0.06	0.06	138.79	0.00
		28	0.07	0.03	140.74	0.00
		29	0.04	-0.04	141.40	0.00
		30	0.02	0.04	141.57	0.00
		31	0.05	0.01	142.43	0.00
		32	0.08	0.06	144.87	0.00
		33	0.08	-0.01	147.57	0.00
		34	0.04	0.01	148.23	0.00
		35	0.01	-0.02	148.27	0.00
		36	0.01	0.02	148.33	0.00

3. Análisis de los resultados de la estimación del modelo EGARCH(1,1)

En las estimaciones presentadas en el cuadro 3 se puede observar que la inflación tiene baja persistencia, lo cual puede ser el resultado de al menos tres factores: primero, la alta dependencia de la inflación a los precios externos y al tipo de cambio en el corto y largo plazo puede hacer que los precios presenten

poca inercia si estas variables no la presentan (en la segunda mitad de los ochenta las constantes devaluaciones hicieron que el tipo de cambio presentara poca inercia); segundo, mecanismos de indexación de precios vinculados más al tipo de cambio que a la inflación; y tercero, según Taylor (2000) cuando la tasa de inflación es baja los productores y distribuidores perciben los cambios en precios como poco persistentes, por lo cual tienen menor disposición a ajustar precios, lo contrario pasa cuando ésta es alta. En nuestro período muestral tenemos dos períodos de inflación baja (segunda mitad de los setenta y el período que va desde 1992 a 2006) lo que haría que la persistencia disminuya; un período hiperinflacionario (el período que va desde 1986 hasta 1991), lo que también induce a que la persistencia caiga; y un período de alta inflación (la primera mitad de los ochenta), lo que hace que aumente la persistencia inflacionaria. Los valores

CUADRO 3. MODELO EGARCH(1,1) ASIMÉTRICO, PERÍODO 1974:01-2006:04

<i>Parámetros</i>	<i>Coefficiente</i>	<i>Error estándar</i>	<i>P-valor</i>
C	0.1211	0.0230	0.0000
ρ_1	0.5109	0.0427	0.0000
ρ_2	-0.0987	0.0408	0.0155
ρ_3	0.1609	0.0456	0.0004
ρ_4	0.0517	0.0435	0.2348
ρ_5	0.0304	0.0449	0.4983
ρ_6	0.0066	0.0360	0.8545
ρ_7	0.0291	0.0420	0.4885
ρ_8	-0.0136	0.0381	0.7205
ρ_9	0.0169	0.0362	0.6413
ρ_{10}	0.0040	0.0328	0.9018
ρ_{11}	0.0120	0.0271	0.6563
ρ_{12}	0.0579	0.0161	0.0003
θ_1	0.0120	0.0023	0.0000
<i>Varianza</i>			
β_1	0.1760	0.0070	0.0000
φ_1	-0.2114	0.0210	0.0000
γ_1	0.3238	0.0323	0.0000
β_1	0.9800	0.0000	0.0000
ψ_1	0.0034	0.0007	0.0000
ω	-0.0003	0.0000	0.0000

^aARCH-LM prueba(6) = 0.054(0.99), ARCH-LM prueba(12) = 0.0699(1.00)

$Q(6) = 7.06(0.315)$, $Q(12) = 9.26(0.681)$, $Q(18) = 10.72(0.906)$

$Q^2(6) = 0.055(1.00)$, $Q^2(12) = 0.073(1.00)$, $Q^2(18) = 0.0953(1.00)$

NOTAS: Los parámetros fueron estimados con el método de máxima verosimilitud. Los errores estándar son cuasi-robustos. Usamos el promedio de la inflación mensual de los últimos meses como variable independiente para presentar la inflación rezagada en la ecuación de varianza.

^a P-valor entre paréntesis.

de los coeficientes autorregresivos representan una media de estas tendencias.

De los resultados obtenidos encontramos que la hipótesis de Ball y Friedman ($\psi > 0$) no es rechazada a un nivel de significancia de 1%, por lo que validaríamos la hipótesis de que en Nicaragua mayores niveles de inflación están asociados con mayor incertidumbre inflacionaria. Este resultado es de suma importancia, ya que sería uno de los principales argumentos de la autoridad monetaria para perseguir políticas que conduzcan a niveles bajos de inflación.

Por otra parte, también se encuentra que la hipótesis de Cukierman y Metzler ($\theta > 0$) no es rechazada al 1% de significancia, por lo que niveles de incertidumbre inflacionaria más bajos llevan a niveles promedio de inflación más bajos. Este hallazgo es bien discutible, ya que a excepción de la segunda mitad de los ochenta, el tipo de cambio en Nicaragua se ha mantenido fijo o se ha adoptado algún tipo de fijación cambiaria, y además, ha habido libre convertibilidad de la moneda la cual se mantiene actualmente, lo que le ha puesto una restricción al BCN para controlar la oferta monetaria.⁹ Creemos que el período hiperinflacionario que inició en 1986 y culminó en 1991 puede estar sesgándonos a este resultado. Aunque durante este período el tipo de cambio oficial se mantuvo fijo, las constantes devaluaciones, los controles cambiarios y las restricciones a los flujos de capitales permitieron que la autoridad monetaria tuviera control sobre la oferta monetaria de la economía. Una estimación que recoja estos cambios de régimen, mejoraría la consistencia de los parámetros estimados.

El coeficiente asociado a la tendencia (ω) es negativo y estadísticamente significativo al 1%, lo cual indica que la incertidumbre inflacionaria ha tenido una tendencia decreciente en el tiempo. Esto puede ser el resultado de una mayor comprensión de los agentes del modelo que rige a la economía, lo que incluye un mejor entendimiento de los mecanismos de transmisión de la política monetaria.¹⁰

Por último, el parámetro que captura la asimetría (γ_1) es significativo al 1% y con signo positivo, por lo que choques positivos de inflación tienen un impacto mayor sobre la incertidumbre

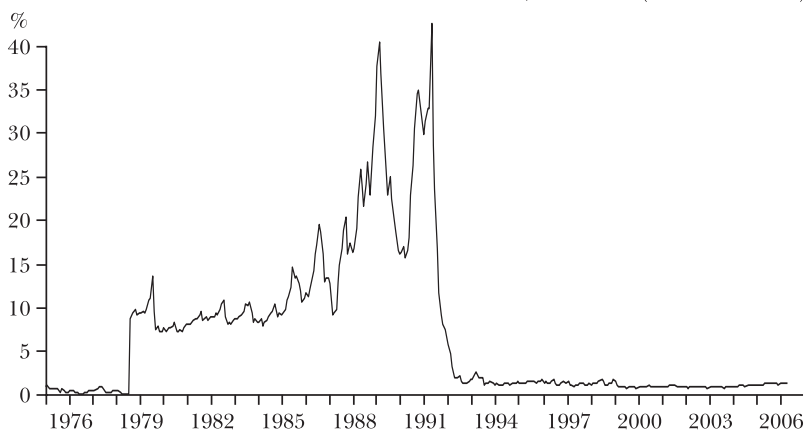
⁹ Gámez (2004) encuentra que para la década de los noventa el coeficiente de compensación de la base monetaria es -1, lo que indica que los intentos del BCN de expandir la cantidad de dinero más allá de lo demandado por la economía se traduce en pérdidas de reservas internacionales.

¹⁰ Las publicaciones estadísticas proporcionadas por el Banco Central de Nicaragua contribuyen a esto.

inflacionaria que choques negativos de la misma magnitud. Estos resultados ya han sido encontrados en otros estudios como el de Fernández Valdovinos (1999), Berument, Metin-Ozcan y Neyapti (2001), Johnson (2002), entre otros.

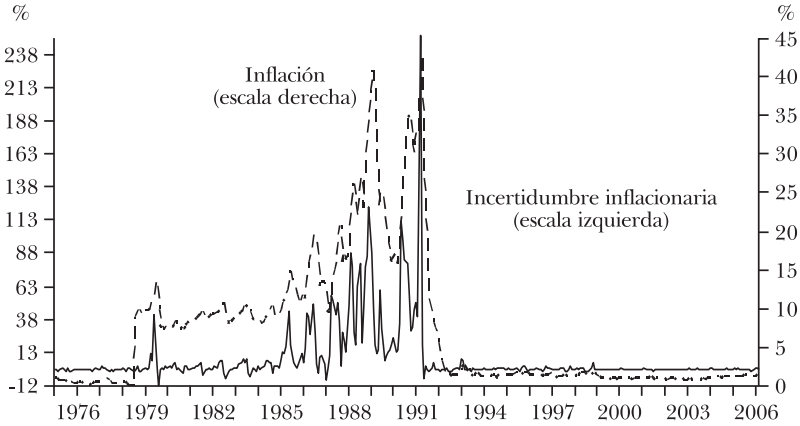
En las gráficas III y IV se presenta la evolución de la incertidumbre inflacionaria, la cual muestra una gran variación con el pasar del tiempo. En la segunda mitad de la década de los setenta se presentan niveles promedios de incertidumbre inflacionaria bastante bajos. Éstos promediaron 2.33 puntos porcentuales con una baja dispersión.¹¹ En la primera mitad de la década de los ochenta se presenta un aumento en los niveles de incertidumbre, a la par de un aumento en la tasa promedio de inflación, llegando a promediar 9.10 puntos porcentuales. El período de más alta incertidumbre se presenta durante la segunda mitad de la década de los ochenta y los dos primeros años de la década de los noventa. Durante este período la economía sufrió hiperinflación, llegando a registrar tasas promedio de inflación anual mayores al 20,000%. La tasa de incertidumbre promedio registrada fue de 19.17 puntos porcentuales.

GRÁFICA III. INCERTIDUMBRE INFLACIONARIA, 1975-2006 (datos mensuales)



A partir de 1992 hasta abril de 2006 se registra el período de menor incertidumbre inflacionaria. A pesar de que en promedio la inflación promedio anual de este período fue de 11.66%, mayor al 6.48% registrado en la segunda mitad década de los setenta, la incertidumbre inflacionaria promedio solo fue de 1.18

¹¹ Esto se traduce en que, por ejemplo, para construir un rango de ± 2 desviaciones estándar en torno a la inflación mensual, se le debe sumar (y restar) a la inflación 2 veces el valor de la incertidumbre en puntos porcentuales.

GRÁFICA IV. INFLACIÓN MENSUAL E INCERTIDUMBRE INFLACIONARIA, 1975-2006

puntos porcentuales. La variable de tendencia incluida en la estimación de la varianza condicional, la cual trata de capturar una caída en los niveles promedio de incertidumbre inflacionaria, nos conduce a este resultado. Esto tiene una gran importancia, ya que nosotros hemos asociado esta caída tendencial en los niveles de incertidumbre inflacionaria a una mayor comprensión de los agentes del modelo que rige a la economía. Creemos que los esfuerzos del Banco Central de Nicaragua en proporcionar al público información estadística sobre variables económicas claves, además de análisis sobre diversos tópicos económicos que ayudan a la toma de decisiones es una variable importante para explicar esta caída tendencial. La autonomía del Banco Central de Nicaragua puede ser otro factor que explique esta caída, aunque se necesita un análisis más profundo para evaluar este hecho.

VI. CONCLUSIONES

Este trabajo analiza la evolución de la inflación mensual de Nicaragua en el período que va desde 1974:01 a 2006:04 y presenta evidencia a favor de la hipótesis de Friedman y Ball, la cual establece que altos niveles de inflación incrementan la incertidumbre inflacionaria, y la hipótesis de Cukierman y Metzler, la cual postula que altos niveles de incertidumbre inflacionaria incrementan la tasa de inflación promedio. Aunque no rechazamos esta última hipótesis, nosotros creemos que el período de la segunda mitad de los ochenta puede estarnos sesgando a

estos resultados, ya que durante dicho período hubo control sobre la oferta monetaria.

Para examinar estas hipótesis, usamos un modelo EGARCH(1,1), con algunas modificaciones: incluimos la tasa de inflación y una tendencia como variables dependientes en la ecuación de varianza condicional e incluimos la varianza condicional como variable dependiente en la ecuación de medias.

Encontramos evidencia de que la incertidumbre tiene una tendencia decreciente, producto quizás de un mejor aprendizaje de los agentes sobre el modelo que rige la economía. Además, se encuentra que los choques de inflación impactan de forma asimétrica a la incertidumbre. Así, choques positivos de inflación (por ejemplo, un aumento en el precio del petróleo no esperado) crean mayor incertidumbre inflacionaria que choques negativos de la misma magnitud.

Al analizar la evolución de la incertidumbre inflacionaria, se observa que ésta presenta un comportamiento marcado por períodos. El período de mayor incertidumbre se presenta en la segunda mitad de la década de los ochenta, alcanzando ésta en promedio valores de 19.17 puntos porcentuales. Al contrario, el período de menor incertidumbre se presenta en los últimos catorce años, período en el cual la inflación se ha mantenido baja (en promedio la incertidumbre inflacionaria fue de 1.18 puntos porcentuales).

Los resultados del estudio son una base sólida para que la autoridad monetaria siga políticas que contribuyan a disminuir la inflación.

REFERENCIAS

- Ball, L. (1992), "Why Does High Inflation Raise Inflation Uncertainty?", *Journal of Monetary Economics*, vol. 29, n^o 3, pp. 371-88.
- Barro, R. (1997), *Determinants of Economic Growth: a Cross-Country Empirical Study*, The MIT Press.
- Barro, R., y D. Gordon (1983), "Rules, Discretion, and Reputation in a Model of Monetary Policy", *Journal of Monetary Economics*, vol. 12, n^o 1, pp. 101-21.
- Berument, H., K. Metin-Ozcan y B. Neyapti (2001), "Modelling Inflation Uncertainty Using EGARCH: An Application to Turkey", Departamento de Economía, Universidad de Bilkent.
- Bollerslev, T. (1986), "Generalized Autoregressive Conditional

- Heteroskedasticity”, *Journal of Econometrics*, vol. 31, n° 3, pp. 307-28.
- Bollerslev, T., y J. M. Wooldridge (1992), “Quasi-Maximum Likelihood Estimation and Inference in Dynamic Models with Time Varying Covariances”, *Econometrics Reviews*, vol. 11, pp. 143-72.
- Cukierman, A. (1992), *Central Bank Strategy, Credibility, and Independence: Theory and Evidence*, The MIT Press.
- Cukierman, A., y A. Metzler (1986), “A Theory of Ambiguity, Credibility, and Inflation under Discretion and Asymmetric Information”, *Econometrica*, vol. 54, n° 5, pp. 1099-128.
- Evans, M. (1991), “Discovering the Link between Inflation Rates and Inflation Uncertainty”, *Journal of Money, Credit and Banking*, vol. 23, n° 2, pp. 169-84.
- Fisher, S. (1981), *Towards and Understanding the Costs of Inflation: II*, Carnegie-Rochester (Conference Series on Public Policy, n° 15, pp. 5-32).
- Fisher, S. (1994), *Modern Approaches to Central Banking*, NBER (Working Paper, n° 5064).
- Friedman, M. (1977), “Nobel Lecture: Inflation and Unemployment”, *Journal of Political Economy*, vol. 85, n° 3, pp. 451-472.
- Gámez, Ó. (2004), *Cálculo del coeficiente de compensación en Nicaragua*, tesis de magíster, Pontificia Universidad Católica de Chile.
- Golob, J. (1994), “Does Inflation Uncertainty Increases whit the Inflation?”, *Review Economic* (Banco Federal de Reserva de Kansas City), tercer trimestre, pp. 27-38.
- Grier, K., y M. Perry (1998), “On Inflation and Inflation Uncertainty in the G7 Countries”, *Journal of International Money and Finance*, vol. 17, n° 4, pp. 671-89.
- Grier, R., y K. Grier (1998), “Inflation and Inflationary Uncertainty in Mexico:1960-1997”, *El Trimestre Económico*, vol. 65, n° 3, pp. 407-26.
- Hamilton, J. (1994), *Time Series Analysis*, Princeton University Press.
- Holland, A. (1995), “Comment on Inflation Regimes and the Sources of Inflation Uncertainty”, *Journal of Money, Credit, and Banking*, vol. 27, pp. 827-37.
- Johnson, CH. (2002), “Inflation Uncertainty in Chile: Asymmetries and the News Impact Curves”, *Revista de Análisis Económico*, vol. 17, n° 1, pp. 3-20.
- Nelson, D. (1991), “Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach”, *Econometrica*, vol. 59, pp. 347-70.

- Ramírez, N. (ed.) (1998), *Economía y populismo: ilusión y realidad en América Latina*, segunda edición, Banco Central de Nicaragua.
- Taylor, J. (2000), “Low Inflation, Pass-Through and the Pricing Power of Firms”, *European Economic Review*, vol. 44, pp. 1389-1408.
- Tower, E. (1971), “More on the Welfare Cost of Inflationary Finance”, *Journal of Money, Credit and Banking*, vol. 3, nº 4, pp. 850-60.

Pedro Elosegui
Guillermo Escudé
Lorena Garegnani
Juan Martín Sotes Paladino

Un modelo económico pequeño para Argentina

I. INTRODUCCIÓN

La complejidad y dificultad que entraña el proceso de diseño e implementación de la política monetaria requiere de la utilización de herramientas que, haciendo uso de los desarrollos analíticos y empíricos incorporados en modelos macroeconómicos, complementen adecuadamente las decisiones de la autoridad monetaria. En tal sentido, el desarrollo y la utilización de herramientas que permitan una adecuada proyección y análisis del efecto de las diferentes políticas monetarias constituye uno de los objetivos principales de la Subgerencia General de Investigaciones Económicas del BCRA. Esto coincide con los objetivos de las agendas de investigación de las principales

Publica el CEMLA, con la debida autorización, el trabajo de P. Elosegui, G. Escudé, L. Garegnani y J. M. Sotes Paladino, funcionarios, de la Subgerencia General de Investigaciones Económicas, del Banco Central de la República Argentina (BCRA). Los autores agradecen los aportes de Francisco Lepone en la solución numérica del modelo y en versiones preliminares. Se agradecen, asimismo, los comentarios de Daniel Heymann, Sebastián Katz, Hernán Lacunza, George McCandless, Demián Panigo y la asistencia de Emilio Blanco. Las opiniones vertidas en este trabajo son exclusiva responsabilidad de los autores y no reflejan necesariamente la posición del BCRA.

autoridades monetarias, tanto de países desarrollados como en desarrollo, donde el uso de modelos macroeconómicos es una práctica común.¹ Estos modelos macroeconómicos cumplen diversos propósitos ya que se los utiliza para analizar la situación económica coyuntural, para la evaluación empírica y cuantitativa del efecto de políticas monetarias alternativas, así como para la realización de proyecciones de mediano y largo plazos.

Entre la variedad de modelos macroeconómicos utilizados por las autoridades monetarias, los denominados modelos macroeconómicos de pequeña escala tienen un papel importante.² Estos modelos tienen estructura,³ aunque la misma es relativamente sencilla, y han sido desarrollados para llevar adelante el análisis de políticas con adecuada flexibilidad y consistencia. La relativa sencillez hace más transparente los mecanismos de transmisión de la política monetaria facilitando su comprensión. En particular, estos modelos brindan un marco analítico ordenado para considerar los diversos mecanismos de transmisión de la política monetaria, al tiempo que la posibilidad de realizar proyecciones con resultados cuantitativos agrega información relevante al proceso de toma de decisiones. A pesar de no tratarse, en general, de modelos microfundados, sus ecuaciones pueden usualmente ser derivadas a partir de fundamentos microeconómicos en línea con la literatura macroeconómica moderna, especialmente en relación al papel central que juegan las expectativas en el comportamiento de los agentes económicos. Con estos ingredientes, estos modelos sencillos permiten complementar adecuadamente, junto con estimaciones econométricas, proyecciones del mercado o juicio de expertos, las decisiones de la autoridad monetaria.

El modelo económico pequeño (MEP) desarrollado por el BCRA describe en forma estilizada la dinámica de la macroeconomía de un país pequeño y abierto, como lo es Argentina. En su primera

¹ La utilización de modelos macroeconómicos por parte de los bancos centrales de los principales países industrializados se retrotrae al menos a finales de los sesenta. Véase Price (1996), p. 6.

² Estos modelos tienen una tradición importante en Inglaterra, véase Banco de Inglaterra (1999). Véase también Modelos Macroeconómicos y Proyecciones del Banco Central de Chile (2003).

³ No son modelos de equilibrio parcial sino general. Dentro de la estructura del modelo existe interrelación entre las variables endógenas, siendo posible interpretar cada una de sus ecuaciones, así como considerar la causalidad y el efecto de los cambios de las variables de política. Por estas razones, según Berg, *et al.* (2006) se trata de modelos estructurales.

versión, el mismo sigue los lineamientos más usuales de este tipo de modelos de amplio uso en diferentes bancos centrales. Tales modelos han sido desarrollados típicamente para economías industrializadas, en cuyos bancos centrales se practica una política monetaria de metas de inflación (MI) y en donde el tipo de cambio es, en general, flotante. Sin embargo, como se verá más adelante, esta versión del MEP puede ser modificada para tener en cuenta una política de tipo de cambio fijo. Por su parte, la segunda versión del MEP contempla una mayor variedad de políticas que pueden ajustarse de manera más directa a las aplicadas en las economías emergentes, incluyendo no sólo a las anteriormente mencionadas sino también a la intervención en el mercado de divisas o flotación administrada.

El núcleo del MEP, en su primera versión, está conformado básicamente por un sistema dinámico de ecuaciones que incluye: una ecuación que describe la dinámica de la inflación o “curva de Phillips”, una ecuación que describe la dinámica de la brecha de producto, o “curva *IS*”, una ecuación de paridad en descubierto de tasas de interés o “curva *UIP*”, y una ecuación de política monetaria o “regla de Taylor”. Las cuatro variables endógenas principales son la tasa de inflación, la brecha del producto, el tipo de cambio real y la tasa de interés real. En la segunda versión, el MEP incorpora una ecuación de equilibrio en el mercado de dinero o “curva *LM*”, la esterilización de los efectos monetarios de la intervención en el mercado cambiario mediante la emisión de bonos y una regla de política adicional, lo que constituye una modificación significativa respecto a lo observado usualmente en la literatura acerca de estos modelos. En efecto, el desafío que se implementa en la segunda versión del modelo es el de modelar la intervención simultánea del banco central en el mercado de dinero y en el mercado de divisas. Ello requiere volver a introducir explícitamente el equilibrio monetario (o sea una ecuación *LM*, como en los libros de texto tradicionales) en el modelo, algo que tendió a ser dejado de lado en los modelos de los países industrializados.

Una característica de estos modelos que también incorpora el MEP se relaciona con el supuesto de que las expectativas de los agentes son consistentes con el modelo. Esto implica que en la solución hacia adelante del modelo la variable esperada o “de salto”, por ejemplo la inflación, termina siendo plenamente compatible con la determinada por el propio modelo, y por ende, igual a la finalmente observada. Se trata de un supuesto más fuerte que el de expectativas racionales, que resulta

relativamente fácil de modelar mientras que evita supuestos arbitrarios sobre las expectativas. Está implícito entonces que los agentes conocen el modelo, tienen acceso, y utilizan en forma eficiente, toda la información relevante para formar su pronóstico acerca de la evolución futura de las variables de interés.

Una característica adicional que diferencia al MEP de algunos otros modelos es que los parámetros de las ecuaciones cruciales no son calibrados sino que se determinan a partir de estimaciones empíricas. La metodología de análisis econométrico utilizada permite no sólo tener en cuenta la característica de sistema de las ecuaciones del modelo, sino también corregir posibles problemas de endogeneidad, así como aquellos que surgen de modelar el supuesto de expectativas consistentes de los agentes.

El MEP utiliza datos de frecuencia trimestral, generando valores de referencia o promedio de las variables durante el trimestre respectivo. La proyección de las variables macroeconómicas se obtiene resolviendo el sistema de ecuaciones dinámicas a partir de una serie de condiciones iniciales y terminales, y utilizando información sobre la evolución de todas las variables exógenas que afectan al modelo. Cabe consignar que ni la tasa de crecimiento de largo plazo de la economía ni el tipo de cambio real multilateral de equilibrio de largo plazo se determinan de manera endógena. El crecimiento de largo plazo se introduce en el modelo a través de una proyección exógena del *producto potencial*.⁴ A su vez, el tipo de cambio real (bilateral o multilateral) de equilibrio de largo plazo se introduce imponiendo una condición terminal para esa variable. Por estas razones se dice que el MEP es un modelo de mediano plazo que, como tal, permite con relativa facilidad desarrollar proyecciones de las principales variables macroeconómicas durante los siguientes dos a tres años (ocho a doce trimestres).

El presente trabajo describe la estructura del MEP en su primera y segunda versión, indicando sus principales características y limitaciones, y ejemplificando las funciones de impulso-respuesta que surgen del mismo. Asimismo, se indican las modificaciones que se están realizando sobre el modelo, y las restantes líneas de investigación tendientes a fortalecer las herramientas de análisis, simulación y predicción del BCRA. En la sección II se describen las ecuaciones del modelo en su versión

⁴ Para ello, se utiliza un modelo de producto potencial desarrollado con base en el enfoque de función de producción. Véase Elosegui *et al.* (2006).

MEP 1, que constituyen el núcleo de los desarrollos posteriores, tales como el MEP 2, la versión de flotación administrada descrita en la sección III. La sección IV desarrolla la metodología de estimación de los parámetros del modelo y comenta los resultados en términos cualitativos. La sección V describe en forma general el proceso de resolución de este tipo de modelos y analiza las funciones impulso-respuesta que surgen del MEP 1 y el MEP 2, describiendo de esta manera una de las utilidades de este tipo de modelos para el análisis de política monetaria. Finalmente, la última sección concluye y enumera las líneas de trabajo futuras.

II. EL MEP 1: ECUACIONES DEL MODELO

Tal como se menciona en la Introducción, el núcleo del MEP está conformado, en su primera versión, por un sistema dinámico de cuatro ecuaciones: una ecuación que describe la dinámica de la inflación, otra que describe la dinámica de la brecha del producto, una ecuación de paridad no cubierta de tasa de interés que establece una relación de arbitraje entre la tasa de interés doméstica, la tasa de interés internacional (en dólares) y el tipo de cambio real bilateral con el área del dólar, y finalmente una ecuación de política monetaria. Adicionalmente se tienen dos identidades: la primera vincula el tipo de cambio real bilateral con el área del dólar con el tipo de cambio multilateral con una canasta de monedas (que incluye el dólar, el euro y el real), y la segunda relaciona la tasa de inflación intertrimestral con la tasa de inflación interanual (que figura en la ecuación de política cuando se usa la tasa de interés como instrumento). Esta segunda identidad se incluye debido a que para el banco central resulta natural pensar en términos de un objetivo de inflación interanual, por lo cual es conveniente distinguir la tasa de inflación intertrimestral (que figura en la ecuación *IS* y en la ecuación de Phillips) de la tasa interanual (que figura en la regla de política monetaria).

Cabe mencionar que el MEP trabaja con variables medidas como desvíos porcentuales (más precisamente, desvíos de los logaritmos) de las variables con respecto a sus valores de largo plazo. Para ello las ecuaciones dinámicas, que serían no lineales si el modelo fuera explícitamente microfundado, se expresan en forma log-lineal (o sea, lineal en los logaritmos de las variables). En cuanto a la notación, cabe advertir que en lo que sigue el acento circunflejo sobre una variable x_t significa que la variable

está medida como desvío logarítmico con respecto a su valor de estado estacionario de largo plazo, \bar{x} .⁵

Las seis variables endógenas principales son: $\hat{\pi}_t, \hat{\pi}_t^\circ, \hat{y}_t, \hat{e}_t, \hat{e}_t^{US}$, y \hat{r}_t , que representan la tasa de inflación doméstica en dos versiones (intertrimestral $\hat{\pi}_t$ e interanual $\hat{\pi}_t^\circ$), la brecha del producto,⁶ el tipo de cambio real multilateral, el tipo de cambio real bilateral con el área del dólar (estadounidense)⁷ y la tasa de interés real. Entonces, en su mínima expresión, el modelo está representado por las siguientes seis ecuaciones:

$$(1) \quad \hat{\pi}_t = A^1(L)\hat{\pi}_t + A^2 E_t \hat{\pi}_{t+1} + A^3(L)\hat{y}_t + A^4(L)\Delta\hat{e}_t$$

$$(2) \quad \hat{y}_t^\circ = B^1(L)\hat{y}_t^\circ + B^2 E_t \hat{y}_{t+1}^\circ + B^3(L)\hat{r}_t + B^4(L)\Delta\hat{e}_t$$

$$(3) \quad \hat{r}_t = \hat{r}_t^{*US} + E_t \Delta\hat{e}_{t+1}^{US} + \hat{\zeta}_t$$

$$(4) \quad \hat{r}_t = C^1 \hat{r}_{t-1} + C^2 (\hat{\pi}_t^\circ - \pi_t^{*m}) + C^3 \hat{y}_t^\circ + (C^1 \hat{\pi}_t - E_t \hat{\pi}_{t+1})$$

$$(5) \quad \Delta\hat{e}_t = \Delta\hat{e}_t^{US} + \hat{\pi}_t^* - \hat{\pi}_t^{*US} - \hat{\delta}_t^*$$

$$(6) \quad \hat{\pi}_t^\circ = \hat{\pi}_t + \hat{\pi}_{t-1} + \hat{\pi}_{t-2} + \hat{\pi}_{t-3}$$

Las variables exógenas, \hat{r}^{*US} , ζ , π^* , π^{*US} , δ^* y π^{*m} representan la tasa de interés real de Estados Unidos, la prima de riesgo, la tasa de inflación internacional multilateral, la tasa

⁵ $\hat{x}_t \equiv \log\left(\frac{x_t}{\bar{x}}\right) = \log x_t - \log \bar{x}$. Esto es aproximadamente equivalente al des-

vío porcentual, ya que: $\log\left(\frac{x_t}{\bar{x}}\right) = \log\left(\frac{x_t - \bar{x}}{\bar{x}} + 1\right) \approx \frac{x_t - \bar{x}}{\bar{x}}$.

⁶ Como el MEP introduce el crecimiento de largo plazo a través del producto potencial (que es exógeno), resulta conveniente definir la brecha del producto como razón con respecto al producto potencial. De esta manera se define la brecha del producto como:

$$y_t^\circ \equiv \frac{y_t}{y_t^*}$$

donde y_t^* es el producto potencial. Además, el MEP impone la condición terminal de que en el largo plazo (estado estacionario) el producto sea igual al producto potencial ($\bar{y} = \bar{y}^*$).

Luego, el desvío porcentual de la brecha del producto con respecto a su valor de largo plazo es:

$$\hat{y}_t^\circ = \hat{y}_t - \hat{y}_t^* = \log \frac{y_t}{\bar{y}} - \log \frac{y_t^*}{\bar{y}^*} = \log \frac{y_t}{\bar{y}} - \log \frac{y_t^*}{\bar{y}} = \log y_t - \log y_t^* = \log \frac{y_t}{y_t^*}$$

⁷ En el Apéndice se tiene un desarrollo detallado de las diversas definiciones utilizadas para el tipo de cambio real.

de inflación de Estados Unidos, la tasa de apreciación nominal del dólar con respecto a la canasta de monedas internacionales (real y euro), y el objetivo de inflación (interanual) que el banco central tiene en cuenta al determinar la tasa de interés. En tanto $A^i(L)$ y $B^i(L)$, con $i=1,2,3,4$ representan polinomios en los rezagos de las diferentes variables. Por su parte, A_j^i y B_j^i indican los coeficientes que acompañan al rezago j con $j=0,1,2, \dots$ de la variable i . Estos coeficientes, incluido el número de rezagos, se determinan en forma econométrica.⁸ En tanto, los parámetros C^1 , C^2 , C^3 también son exógenos y representan, respectivamente, la importancia que el banco central le asigna a la tasa de interés rezagada, al desvío de la tasa de inflación con respecto a la meta y a la brecha del producto al momento de determinar la tasa de interés. La ecuación (4) resume de manera estilizada, a través del instrumento de tasa de interés, la intervención del banco central en el mercado monetario. El último término de (4) proviene de expresar la ecuación de política, que usualmente se plantea en términos nominales,⁹ en términos de la tasa de interés real para tener la versión del modelo con un número mínimo de variables.

En el sistema (1)-(6) se ha optado por trabajar con las tasas de depreciación real ($\Delta\hat{e}_t, \Delta\hat{e}_t^{US}$) y las tasas de interés real ($\hat{r}_t, \hat{r}_t^{US}$). Utilizando las definiciones de estas variables, las mismas pueden ser reemplazadas por las tasas de depreciación e interés nominales. Las siguientes son las definiciones de las tasas de interés real y de las tasas de depreciación real:

$$(7) \quad \hat{r}_t = \hat{i}_t - E_t \hat{\pi}_{t+1}$$

$$(8) \quad \hat{r}_t^{US} = \hat{i}_t^{US} - E_t \hat{\pi}_{t+1}^{US}$$

$$(9) \quad \Delta\hat{e}_t = \hat{\delta}_t - \hat{\delta}_t^* + \hat{\pi}_t^* - \hat{\pi}_t$$

$$(10) \quad \Delta\hat{e}_t^{US} = \hat{\delta}_t + \hat{\pi}_t^{US} - \hat{\pi}_t$$

Aquí \hat{i}_t , \hat{i}_t^{US} , $\hat{\delta}_t$ representan la tasa de interés nominal en pesos, la tasa de interés nominal en Estados Unidos y la tasa de depreciación nominal del peso contra el dólar.¹⁰ Una vez determinadas la tasa de interés real doméstica y la tasa de

⁸ Véase detalle en la sección IV.

⁹ Véase (12).

¹⁰ Obsérvese que (5) proviene de restar (10) de (9) término a término.

depreciación real con respecto al dólar y a la canasta de monedas, es posible obtener las variables nominales correspondientes a partir de estas ecuaciones. Haciendo uso de estas definiciones, las ecuaciones (3) y (4) pueden reemplazarse por las señaladas a continuación:

$$(11) \quad \hat{i}_t = \hat{i}_t^{*US} + E_t \hat{\delta}_{t+1} + \hat{\zeta}_t$$

$$(12) \quad \hat{i}_t = C^1 \hat{i}_{t-1} + C^2 (\hat{\pi}_t^\circ - \hat{\pi}_t^m) + C^3 \hat{y}_t^\circ$$

La primera expresa la ecuación de paridad de tasas de interés ajustada por riesgo en términos de las variables nominales. La segunda ecuación expresa la política monetaria en términos de una regla para la tasa de interés nominal. La inclusión en la Regla de Taylor de un término con la tasa de interés rezagada responde a la propensión de los bancos centrales a evitar una volatilidad excesiva de la tasa de interés nominal. La magnitud relativa de los coeficientes C^i ($i = 1, 2, 3$) especifica qué fuerza le da a cada factor el banco central.¹¹ Las ecuaciones del modelo se detallan en las subsecciones siguientes.

1. La curva de Phillips

La primera ecuación del modelo refleja la evolución de la tasa de inflación en lo que sería una versión de la “curva de Phillips”. En modelos microfundados esta ecuación surge de la optimización de las empresas, suponiendo que las mismas deciden sus precios (con base en el costo marginal esperado) en un contexto de rigidez nominal de precios. Esto hace que las empresas deban contemplar los precios futuros al momento de tomar sus decisiones. Como muestra Roberts (1995), diversos modelos neokeynesianos derivan relaciones de este tipo, sea con contratos escalonados a la Taylor (1979, 1980) o mediante el artificio de que sólo un grupo (aleatorio) de empresas optimiza en cada período, a la Calvo (1983), mientras que las demás simplemente indizan su precio a la inflación rezagada. La configuración que surge de este tipo de modelos describe la dinámica de la inflación a partir de la expectativa acerca de los precios futuros y de la inercia captada por la inflación rezagada. Adicionalmente se incluye la brecha del producto, el efecto neto de la inflación internacional (“importada”) y la variación

¹¹ Como alternativa, puede reemplazarse el desvío de la tasa interanual con respecto a la meta de la inflación por el desvío esperado en un período futuro.

de los tipos de cambio sobre la variación del tipo de cambio real multilateral [véase la ecuación (9)].

Esta ecuación representa en forma estilizada “el lado de la oferta” del modelo y es estimada econométricamente con datos trimestrales.¹² La misma queda especificada con un rezago y un adelanto de la tasa de inflación,¹³ un rezago en la brecha del producto, y uno o dos rezagos en la tasa de depreciación real:

$$\hat{\pi}_t = A_1^1 \hat{\pi}_{t-1} + A^2 E_t \hat{\pi}_{t+1} + A_1^3 \hat{y}_{t-1}^\circ + A_1^4 (\hat{\epsilon}_{t-1} - \hat{\epsilon}_{t-2}) + A_2^4 (\hat{\epsilon}_{t-2} - \hat{\epsilon}_{t-3})$$

Si se reemplaza la depreciación real por su equivalente según (9) y se agrupan los términos con las tasas de inflación, la ecuación se transforma en

$$(13) \quad \hat{\pi}_t = A_1^1 \hat{\pi}_{t-1} + A_2^1 \hat{\pi}_{t-2} + A^2 E_t \hat{\pi}_{t+1} + A_1^3 \hat{y}_{t-1}^\circ + A_1^4 (\hat{\delta}_{t-1} - \hat{\delta}_{t-1}^* + \hat{\pi}_{t-1}^*) + A_2^4 (\hat{\delta}_{t-2} - \hat{\delta}_{t-2}^* + \hat{\pi}_{t-2}^*)$$

donde se definió:

$$(14) \quad A_1^1 \equiv A_1^1 - A_1^4, \quad A_2^1 \equiv -A_2^4$$

Puede notarse que los términos entre paréntesis reflejan la tasa de inflación internacional ponderada por comercio (inflación “importada”) más la tasa de depreciación del peso contra la canasta de monedas ponderadas por comercio ($\hat{\delta}_t - \hat{\delta}_t^*$). Esta última está a su vez definida como la tasa de depreciación nominal del peso contra el dólar menos la tasa de apreciación del dólar contra la canasta de tres monedas (o sea, más la tasa de depreciación del dólar contra la canasta de monedas).

2. La ecuación IS

La segunda ecuación refleja la dinámica de la brecha de producto y el equilibrio del mercado de bienes, versión de la “curva IS”. En modelos microfundados esta ecuación surge a partir de la optimización intertemporal del consumo de las familias y la condición de equilibrio del mercado de bienes. En consecuencia, esta ecuación describe la relación dinámica entre

¹² Véase la sección IV para detalles técnicos de las estimaciones econométricas.

¹³ Los coeficientes rezagados y adelantados (expectativa) de la tasa de inflación suman la unidad, de manera que en el largo plazo no existe relación entre inflación y brecha de producto, si bien la presencia de inflación rezagada de manera significativa indica que en el corto plazo tal relación existe.

la brecha del producto, la tasa de interés real y el tipo de cambio real desde el punto de vista de la demanda. La especificación que surge a partir de los parámetros identificados por la estimación econométrica indica que la brecha del producto depende positivamente tanto de su valor rezagado un trimestre como de su valor esperado para el trimestre siguiente. Además, depende de la tasa de interés real y de la tasa de depreciación real del peso con diversos rezagos:

$$(15) \quad \hat{y}_t^\circ = B_1^1 \hat{y}_{t-1}^\circ + B_2^2 E_t \hat{y}_{t+1}^\circ - B_2^3 \hat{r}_{t-2} - B_1^4 (\hat{e}_{t-1} - \hat{e}_{t-2}) + B_2^4 (\hat{e}_{t-2} - \hat{e}_{t-3})$$

Tal como lo muestra Arreaza, *et al.* (2003), esta ecuación puede incluir variables exógenas como el gasto público.¹⁴ Esto permitiría considerar el posible efecto independiente de la política fiscal sobre la dinámica de la brecha de producto. Al incluir en las estimaciones el desvío del gasto público respecto a su tendencia, se obtiene un efecto positivo, independiente y significativo sobre la brecha de producto, que enriquece la aplicabilidad del modelo para el análisis de política monetaria y la proyección de las variables macroeconómicas.¹⁵

3. La ecuación de paridad no cubierta de tasas de interés

La derivación de la ecuación correspondiente a la Paridad no Cubierta de Tasas de Interés Ajustada por Riesgo (*UIP*) surge del supuesto de que existen activos domésticos denominados en dólares y en pesos. Adicionalmente, se supone que los inversores internacionales no invierten en activos en pesos y tienen la posibilidad de invertir en bonos internacionales denominados en dólares que son libres de riesgo (y rinden i_t^{*US}) y en títulos (públicos o privados) argentinos, también denominados en dólares, que son riesgosos y de menor liquidez que los bonos internacionales. La correspondiente prima (ζ_t) por riesgo y liquidez es exógena y variable en el tiempo. La versión log-lineal de la formación de la tasa doméstica en dólares es la siguiente:

$$(16) \quad \hat{i}_t^{US} = \hat{i}_t^{*US} + \hat{\zeta}_t$$

¹⁴ Definido también como desvío de un valor estacionario de largo plazo.

¹⁵ Debe tenerse en cuenta que esta variable no es endógena y por lo tanto, el tipo de cambio real del estado estacionario debe ser compatible con el valor de largo plazo del gasto público. En el uso práctico del MEP las proyecciones de desvíos del gasto público con respecto a su valor de largo plazo son transitorias, no afectando el valor del tipo de cambio real.

donde en el caso de las tasas de interés el acento circunflejo significa el desvío porcentual del factor de interés con respecto a su valor de estado estacionario.¹⁶ Obsérvese que $\hat{\zeta}_t$ puede reflejar la situación de liquidez internacional, más allá de toda consideración sobre el riesgo o liquidez de los bonos domésticos en dólares.

Por otro lado, se supone que los agentes domésticos pueden invertir en bonos domésticos en dólares (emitidos por el Gobierno ya que los inter-privados se cancelan entre sí) y en bonos en pesos emitidos por el banco central cuyo *stock* (como proporción del producto) es constante. Podría suponerse que los agentes perciben al bono en pesos como riesgoso y que el riesgo es creciente con la cantidad total emitida como proporción del producto. Como se supone que esa proporción es constante, la prima de riesgo en cuestión también es constante, por lo cual su desvío porcentual con respecto a su valor de largo plazo es nulo. Los inversores exigen que la tasa de interés en pesos los compense por la depreciación esperada. La versión log-lineal de esta ecuación de arbitraje, entonces, corresponde a la ecuación de Paridad no Cubierta de Tasas de Interés:

$$(17) \quad \hat{i}_t = \hat{i}_t^{US} + E_t \hat{\delta}_{t+1}$$

Insertando (17) en (16), se ve que la tasa doméstica en pesos está afectada por la prima de riesgo, por lo cual puede denominarse a la ecuación resultante ecuación de Paridad no Cubierta de Tasas de Interés Ajustada por Riesgo (o liquidez internacional):

$$(18) \quad \hat{i}_t = \hat{i}_t^{*US} + E_t \hat{\delta}_{t+1} + \hat{\zeta}_t$$

Adicionalmente, puede suponerse que no todos los actores que intervienen en el mercado de divisas necesariamente optimizan período a período con base en los *fundamentales* que determinan el tipo de cambio de equilibrio, al momento de definir su demanda excedente. Por el contrario, puede fundamentarse que existen actores que deciden la intervención en el mercado a partir de analizar la evolución promedio (pasada) de la divisa. Estos actores, denominados “*cartistas*”, intervienen en el mercado sin seguir necesariamente la evolución de los *fundamentales*.¹⁷ Con este agregado, es posible derivar una

¹⁶ $\hat{i}_t \equiv \log\left(\frac{1+i_t}{1+\bar{i}}\right) = \log(1+i_t) - \log(1+\bar{i})$.

¹⁷ Véase Schmidt y Wollmershäuser (2004).

ecuación de la Paridad no Cubierta de Tasas de Interés Ajustada por Riesgo, que incluya un componente contemporáneo o rezagado de la tasa de depreciación nominal, como observamos en la siguiente ecuación:

$$(19) \quad \hat{i}_t = \hat{i}_t^{*US} + E_t \hat{\delta}_{t+1} + D^3(L) \hat{\delta}_t + \hat{\zeta}_t$$

De hecho, la estimación econométrica convalida la presencia de este término adicional.

4. La ecuación de política monetaria

La especificación de la ecuación de política monetaria permite cerrar la estructura básica del modelo. En el primer modelo bajo análisis, esta ecuación modela la evolución de la variable instrumento de la autoridad monetaria, la tasa de interés, como función del resto de las variables endógenas, con ponderaciones que indican el efecto marginal que tienen los desvíos de estas variables endógenas sobre la variable instrumento. En particular, en la primera versión del MEP se supone que el banco central adecua su intervención en el mercado de dinero de manera tal que la tasa de interés se ajuste con base en una regla de retroalimentación (o “regla de Taylor”) a partir de una combinación lineal de los desvíos de la tasa de inflación observada respecto a una tasa de inflación objetivo, del desvío del producto con respecto a su nivel potencial (o de largo plazo), y del valor rezagado de la tasa de interés. Esta especificación, que en sentido estricto supone flotación pura,¹⁸ puede fácilmente ser modificada para suponer un régimen de tipo de cambio fijo.

Cuando la política monetaria está modelada a través de una regla de Taylor, el banco central utiliza la tasa de interés nominal como instrumento estableciendo una meta operativa para la tasa de interés de corto plazo y adecuando su intervención en el mercado de dinero para que la tasa de interés alcance esa meta. Para ello, sigue una regla de retroalimentación que responde en forma lineal y positiva al desvío de la inflación interanual del trimestre en curso con respecto a la tasa interanual objetivo (o meta), al desvío del producto del trimestre en curso con respecto al producto potencial, y también a la tasa de interés rezagada un trimestre.

¹⁸ Se asimila a un Régimen de Metas de Inflación con Flotación Pura (MI-FP). Véase Escudé (2006).

$$(20) \quad \hat{i}_t = C^1 \hat{i}_{t-1} + C^2 (\hat{\pi}_t - \hat{\pi}_t^m) + C^3 \hat{y}_t^\circ$$

Para obtener $\hat{\pi}_t^\circ$ (interanual) con base en $\hat{\pi}_t$ (intertrimestral) se utilizan las siguientes definiciones:

$$\begin{aligned} \pi_t^\circ &\equiv P_t/P_{t-4} = (P_t/P_{t-1})(P_{t-1}/P_{t-2})(P_{t-2}/P_{t-3})(P_{t-3}/P_{t-4}) = \\ &= \pi_t \pi_{t-1} \pi_{t-2} \pi_{t-3} \end{aligned}$$

$$\pi_t^m \equiv P_t^m/P_{t-4}^m = \pi_t^m \pi_{t-1}^m \pi_{t-2}^m \pi_{t-3}^m$$

Por consiguiente, si la inflación trimestral de estado estacionario es $\bar{\pi}$, los desvíos porcentuales con respecto a los valores de estado estacionario de la tasa de inflación interanual y de su meta son los siguientes:

$$(21) \quad \hat{\pi}_t^\circ = \hat{\pi}_t + \hat{\pi}_{t-1} + \hat{\pi}_{t-2} + \hat{\pi}_{t-3}$$

$$(22) \quad \hat{\pi}_t^m = \hat{\pi}_t^m + \hat{\pi}_{t-1}^m + \hat{\pi}_{t-2}^m + \hat{\pi}_{t-3}^m$$

a) Tipo de cambio fijo contra el dólar

El MEP puede ser adaptado a un contexto de régimen de tipo de cambio fijo (sea contra el dólar o contra una canasta de monedas ponderada por comercio). Debe notarse que estrictamente cada régimen define un modelo alternativo, ya que la dinámica del sistema difiere según cuál sea el régimen de política monetaria y cambiaria. Bajo tipo de cambio fijo con el dólar, el banco central usa la intervención en el mercado cambiario con suficiente rapidez e intensidad como para mantener el tipo de cambio con el dólar fijo en su valor inicial:

$$S_t = S_0$$

Por consiguiente, la ecuación de política se convierte en lo que señalamos a continuación:

$$(23) \quad \hat{\delta}_t = 0$$

y el sistema se reduce a las siguientes cuatro ecuaciones, que determinan las trayectorias de las variables π , y° , e , i :

$$(24) \quad \begin{aligned} \hat{\pi}_t &= A_1^1 \hat{\pi}_{t-1} + A_2^1 \hat{\pi}_{t-2} + A^2 E_t \hat{\pi}_{t+1} + A_1^3 \hat{y}_{t-1}^\circ + \\ &+ A_1^4 (\hat{\delta}_{t-1} - \hat{\delta}_{t-1}^* + \hat{\pi}_{t-1}^*) + A_2^4 (\hat{\delta}_{t-2} - \hat{\delta}_{t-2}^* + \hat{\pi}_{t-2}^*) \end{aligned}$$

$$(25) \quad \hat{y}_t^\circ = B_1^1 \hat{y}_{t-1}^\circ + B_2^2 E_t \hat{y}_{t+1}^\circ - B_2^3 (\hat{i}_{t-2} - \hat{\pi}_{t-1}) - B_1^4 (\hat{e}_{t-1} - \hat{e}_{t-2}) + B_2^4 (\hat{e}_{t-2} - \hat{e}_{t-3})$$

$$(26) \quad \hat{e}_t - \hat{e}_{t-1} = \hat{\pi}_t^* - \hat{\delta}_t^* - \hat{\pi}_t$$

$$(27) \quad \hat{i}_t = i_t^{*US} + \hat{\zeta}_t$$

Se observa que la depreciación real del peso ($\hat{e}_t - \hat{e}_{t-1}$) queda determinada por la inflación internacional (trilateral) corregida por la apreciación nominal del dólar contra la canasta de monedas de los socios comerciales y la inflación doméstica.¹⁹ Además, la tasa de interés local en pesos queda determinada exclusivamente por la tasa de interés de Estados Unidos y la prima de riesgo. Por ello, no cabe una ecuación que refleje la determinación de la tasa de interés por parte del banco central.

b) Tipo de cambio fijo contra una canasta de monedas ponderadas por comercio

Alternativamente, el banco central podría utilizar la intervención en el mercado cambiario con suficiente rapidez e intensidad como para mantener el tipo de cambio con la canasta de monedas ponderadas por comercio fijo en su valor inicial:²⁰

$$S_t / \rho_t = S_0 / \rho_0$$

Por consiguiente, la tasa de depreciación nominal del peso se mantiene igual a la tasa de apreciación del dólar contra una canasta de monedas ponderadas por comercio:

$$(28) \quad \hat{\delta}_t = \hat{\delta}_t^*$$

Esta es la ecuación que ahora reemplaza a la Regla de Taylor. Por consiguiente, el sistema se reduce a las siguientes ecuaciones, que nuevamente determinan las trayectorias de las variables π , y° , e , i :

¹⁹ Obsérvese que esta fórmula refleja muy claramente lo acontecido durante la última fase de la convertibilidad (entre 1995 y 2001), en que la depreciación real del peso fue negativa (o sea, la apreciación real fue positiva) debido a que el dólar se apreció con respecto a todas las restantes monedas en un contexto de inflación baja o levemente negativa. Esta deflación fue insuficiente para compensar la caída del tipo de cambio.

²⁰ Note que ρ_t se define en el Apéndice, subsección A.1.

$$(29) \quad \hat{\pi}_t = A_1^1 \hat{\pi}_{t-1} + A_2^2 \hat{\pi}_{t-2} + A^2 E_t \hat{\pi}_{t+1} + A_1^3 \hat{y}_{t-1} + A_1^4 \hat{\pi}_{t-1} + A_2^4 \hat{\pi}_{t-2}$$

$$(30) \quad \hat{y}_t^\circ = B_1^1 \hat{y}_{t-1} + B^2 E_t \hat{y}_{t+1} - B_2^3 (\hat{i}_{t-2} - \hat{\pi}_{t-1}) - B_1^4 (\hat{e}_{t-1} - \hat{e}_{t-2}) + B_2^4 (\hat{e}_{t-2} - \hat{e}_{t-3})$$

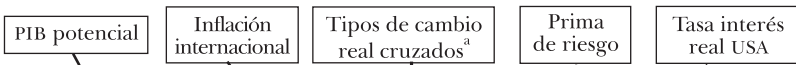
$$(31) \quad \hat{e}_t - \hat{e}_{t-1} = \hat{\pi}_t^* - \hat{\pi}_t$$

$$(32) \quad \hat{i}_t = i_t^{*US} + E_t \hat{\delta}_{t+1}^* + \hat{\zeta}_t$$

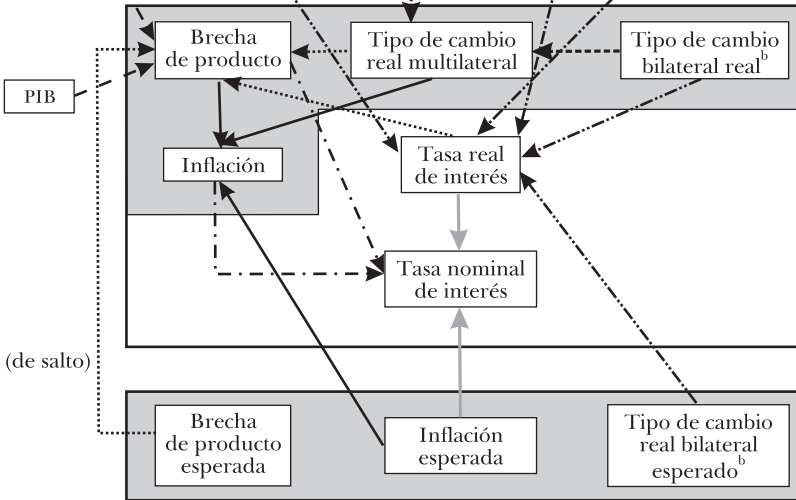
En este caso la depreciación real del peso queda determinada por el exceso de la inflación internacional sobre la inflación doméstica. Además, la tasa de interés local en pesos

ESQUEMA 1. MEP 1: MECANISMOS DE TRANSMISIÓN

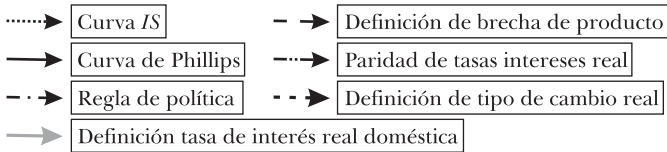
Exógenas



Endógenas



(de salto)



^a Real/dólar - Euro/dólar. ^b Peso/dólar.

queda determinada por la tasa de interés de Estados Unidos más la apreciación esperada del dólar contra la canasta de monedas de los socios comerciales (ponderadas por comercio) y más la prima de riesgo.

El esquema 1 muestra de manera sintética las variables del MEP 1 y sus mecanismos de transmisión, identificando las variables exógenas y las endógenas, distinguiendo las variables de salto o expectativas.

Para analizar la forma de transmisión de modificaciones en las variables del modelo debe tenerse en cuenta que las mismas están definidas como desvío de su nivel de largo plazo o estado estacionario. Por ejemplo, un cambio en la tasa de interés generará un efecto directo sobre el tipo de cambio actual a través de la *UIP*. A su vez repercute sobre el desvío de la brecha de producto en relación al estado estacionario, a través de la curva *IS*. Este efecto opera sobre la inflación, actual y esperada, a través de la ecuación de Phillips. A su vez, la variación del tipo de cambio tiene efectos sobre estas dos variables también de manera directa. Por último, el cambio en las mismas origina una reacción de la tasa de interés a través de la ecuación de Taylor. El efecto final, por ende, depende de la interacción de estos mecanismos en el equilibrio general del modelo. El efecto de los *shocks* se analizan en la sección V, incluyendo el impulso inicial y la respuesta del modelo en cada una de sus variables endógenas principales.

III. EL MEP 2: INTERVENCIÓN SIMULTÁNEA EN EL MERCADO DE DINERO Y DE DIVISAS

En la segunda versión el MEP ha sido modificado de manera de incorporar un espectro más amplio de políticas monetarias y cambiarias. En particular, se considera relevante que el MEP pueda reflejar la intervención simultánea de parte de la autoridad monetaria en el mercado de dinero y en el de divisas. Para ello es necesario introducir el mercado de dinero y el balance del banco central en forma explícita. La ecuación de equilibrio monetario ha tenido un lugar destacado en la macroeconomía monetaria tradicionalmente a través de la ecuación *LM*. Sin embargo, en los últimos tiempos se ha desarrollado una “macroeconomía sin la *LM*”, como reflejo, fundamentalmente, de la política que más prevalece en los países industrializados (por lo menos para los tiempos normales) de metas de inflación (MI) con flotación libre del tipo de cambio. En

cierto sentido, la Regla de Taylor sustituyó a la ecuación LM . Sin embargo, la necesidad de reflejar la situación típica de los países en desarrollo, en los cuales la intervención en el mercado de dinero convive con la intervención en el mercado de divisas, puede tratarse reintroduciendo la ecuación LM en el modelo macroeconómico básico.

1. El equilibrio monetario y el balance del banco central

El equilibrio monetario viene dado por una ecuación LM , que en formato general (no lineal) puede escribirse del siguiente modo:

$$m_t = \ell(1 + i_t, b_t^\circ, y_t)$$

donde m_t es la base monetaria, o más sencillamente, la circulación monetaria (billetes y monedas), $\ell(\cdot)$ es una función decreciente de la tasa de interés y creciente del *stock* real de bonos en pesos (aproximado a partir de la deuda emitida por el banco central) como proporción del producto $b_t^\circ \equiv (B_t/P_t)/y_t$ y del producto. Esta ecuación refleja que la demanda de circulante depende positivamente del nivel de actividad (medida por el PIB) y negativamente del costo de oportunidad de mantener saldos ociosos. El costo de oportunidad de mantener saldos ociosos refleja la sustitución imperfecta entre el circulante y los activos alternativos que rinden una tasa de interés. Tal sustitución imperfecta implica que es necesario que aumente la tasa de interés, para que el mercado absorba un aumento en el volumen de bonos que rinden interés (dado el nivel de actividad y el volumen de circulante). A los efectos de la modelación, el efecto es similar a cuando se trata de una consideración de riesgo. En tal caso, se supone que a causa del riesgo el mercado exige una mayor tasa de interés nominal cuanto mayor sea el *stock* existente de bonos como proporción del producto (b_t°).²¹ Si se supone elasticidad-producto unitaria de la demanda de circulante, una especificación plausible es la siguiente ecuación señalada:

$$m_t = (1 + i_t)^{-\varepsilon_{b1}} (b_t^\circ)^{\varepsilon_{b2}} y_t$$

²¹ El supuesto de sostenibilidad intertemporal mencionado anteriormente también implica un sendero sustentable para la deuda pública, por lo que se hace abstracción de los efectos de aumentos en la tasa de interés sobre la sostenibilidad de la deuda del gobierno.

Al dividir ambos lados de esa ecuación por el producto, se obtiene:

$$m_t^\circ = (1 + i_t)^{-\varepsilon_{b1}} (b_t^\circ)^{\varepsilon_{b2}}$$

Y si se aproxima linealmente (con las variables en logaritmos), se obtiene:

$$(33) \quad \hat{m}_t^\circ = -\varepsilon_{b1} (\hat{i}_t - \varepsilon_{b2} \hat{b}_t^\circ) = -G^1 \hat{i}_t + G^2 \hat{b}_t^\circ$$

donde $G^1 = \varepsilon_{b1}$ y $G^2 = \varepsilon_{b1} \varepsilon_{b2}$ son coeficientes fijos positivos. Obsérvese que en el segundo término de (33) se resta un término positivo, acorde con el supuesto de que el mercado “descuenta” la tasa de interés nominal por sustitución imperfecta. No importa cual sea su política monetaria, el banco central debe tener siempre en cuenta el equilibrio del mercado de dinero representado por esta ecuación.

Se supone que el público considera que los bonos en pesos emitidos por el banco central son sustitutos imperfectos de los bonos en dólares emitidos en Estados Unidos. Por consiguiente, la prima de riesgo y liquidez de la ecuación de Paridad no Cubierta de Tasas de Interés debe incluir no sólo el componente puramente exógeno (ζ_t), sino también un componente que refleje la necesidad de aumentar la tasa de interés en pesos, dada la tasa de interés en dólares y la tasa de depreciación esperada del peso con respecto al dólar, cuando aumenta el *stock* de bonos en pesos como fracción del producto.²² Se asume que este componente varía linealmente con el *stock* de bonos (\hat{b}_t°). Por consiguiente, las ecuaciones (17), (18) y (19) se convierten en las siguientes:

$$(34) \quad \hat{i}_t = \hat{i}_t^{US} + E_t \hat{\delta}_{t+1} + \varepsilon_{b2} \hat{b}_t^\circ$$

$$(35) \quad \hat{i}_t = \hat{i}_t^{*US} + E_t \hat{\delta}_{t+1} + \hat{\zeta}_t + \varepsilon_{b2} \hat{b}_t^\circ$$

$$(36) \quad \hat{i}_t = \hat{i}_t^{*US} + E_t \hat{\delta}_{t+1} + D^3 \hat{\delta}_t + \hat{\zeta}_t + \varepsilon_{b2} \hat{b}_t^\circ$$

Suponemos que el banco central tiene la política de pasarle al gobierno cualquier superávit o déficit “cuasi-fiscal”, de manera tal que el “patrimonio neto” del banco central se mantenga invariablemente en cero.²³ Esto equivale a decir que el banco

²² Véase Escudé (2006).

²³ Para el funcionamiento del modelo es suficiente con suponer que ese patrimonio se mantiene constante, pero para simplificar lo hacemos cero.

central mantiene, en todo período, un respaldo total de sus pasivos monetarios (base monetaria más bonos en pesos) en reservas internacionales:

$$(S_t/P_t)R_t = m_t + b_t$$

Dividiendo ambos lados por el producto y usando (A.3), se tiene:

$$(37) \quad e_t^{US} R_t^\circ = m_t^\circ + b_t^\circ$$

donde se definió el *stock* de reservas internacionales en dólares constantes por unidad de producto:

$$(38) \quad R_t^\circ \equiv \frac{R_t/P_t^{US}}{y_t}$$

Suponemos aquí, para simplificar, que las reservas internacionales se invierten en bonos internacionales denominados en dólares, libres de riesgo. En términos log-lineales, la ecuación (37), se convierte en:

$$(39) \quad \hat{R}_t^\circ = \alpha_m \hat{m}_t^\circ + (1 - \alpha_m) \hat{b}_t^\circ - \hat{e}_t^{US}$$

donde α_m es la participación de m en los pasivos en pesos del banco central en el estado estacionario determinístico.

2. La necesidad de incorporar dos ecuaciones de política

Suponiendo, para simplificar, que en la ecuación de paridad de tasas de interés sólo entra la tasa de depreciación contemporánea (además de la esperada), las ecuaciones resultantes, sin considerar la política monetaria o cambiaria, son las siguientes:

$$(40) \quad \hat{\pi}_t = A_1^1 \hat{\pi}_{t-1} + A_2^1 \hat{\pi}_{t-2} + A^2 E_t \hat{\pi}_{t+1} + A_1^3 \hat{y}_{t-1}^\circ + A_1^4 \left(\hat{\delta}_{t-1} - \hat{\delta}_{t-1}^* + \hat{\pi}_{t-1}^* \right) + A_2^4 \left(\hat{\delta}_{t-2} - \hat{\delta}_{t-2}^* + \hat{\pi}_{t-2}^* \right)$$

$$(41) \quad \hat{y}_t^\circ = B_1^1 \hat{y}_{t-1}^\circ + B^2 E_t \hat{y}_{t+1}^\circ - B_2^3 (\hat{i}_{t-2} - \hat{\pi}_{t-1}) - B_1^4 (\hat{e}_{t-1} - \hat{e}_{t-2}) + B_2^4 (\hat{e}_{t-2} - \hat{e}_{t-3})$$

$$(42) \quad \hat{i}_t = \hat{i}_t^{*US} + E_t \hat{\delta}_{t+1} + D^3 \hat{\delta}_t + \hat{\zeta}_t + \varepsilon_{b2} \hat{b}_t^\circ$$

$$(43) \quad \hat{m}_t^\circ = -G^1 \hat{i}_t + G^2 \hat{b}_t^\circ$$

$$(44) \quad \hat{R}_t^\circ = \alpha_m \hat{m}_t^\circ + (1 - \alpha_m) \hat{b}_t^\circ - \hat{e}_t^{US}$$

$$(45) \quad \Delta \hat{e}_t = \hat{\delta}_t - \hat{\pi}_t + \hat{\pi}_t^* - \hat{\delta}_t^*$$

$$(46) \quad \Delta \hat{e}_t^{US} = \hat{\delta}_t - \hat{\pi}_t + \hat{\pi}_t^{*US}$$

Estas siete ecuaciones no son suficientes para determinar la evolución de las nueve variables que nos interesan (endógenas), $\hat{\pi}_t$, \hat{y}_t , \hat{e}_t , \hat{e}_t^{US} , $\hat{\delta}_t$, \hat{i}_t , \hat{m}_t , \hat{R}_t , \hat{b}_t , dadas las trayectorias (esperadas) de las variables exógenas $\hat{\delta}_t^*$, \hat{i}_t^{*US} , $\hat{\pi}_t^{*US}$, $\hat{\pi}_t^*$, $\hat{\zeta}_t$. En consecuencia, se necesitan al menos dos ecuaciones adicionales, las que pueden reflejar la política monetaria y cambiaria del banco central.

3. Ecuaciones de política monetaria y cambiaria

Este marco más general de la versión “de segunda generación” del MEP permite acomodar diversos regímenes monetarios y cambiarios incluyendo algunos que en la primera versión no podían incluirse. Cada régimen se especifica ahora por dos ecuaciones de política y, nuevamente, cada régimen define un modelo alternativo. Se plantean a continuación dos ecuaciones adicionales que corresponden a cada uno de cuatro regímenes alternativos: *i*) fijación del tipo de cambio al dólar (FIJ-U, por FIJación Unilateral), *ii*) fijación del tipo de cambio a una canasta de monedas ponderadas por comercio (FIJ-M, por FIJación Multilateral), *iii*) Metas de Inflación con Flotación Pura (MI-FP), y *iv*) Metas de Inflación con Flotación Administrada (MI-FA).

i) FIJ-U: el banco central usa la intervención en el mercado cambiario con suficiente rapidez como para mantener el tipo de cambio con el dólar clavado en su valor inicial. Además, el banco central mantiene constante el *stock* real de bonos en pesos como proporción del producto. Por consiguiente, se tienen las siguientes ecuaciones:

$$\hat{\delta}_t = 0$$

$$\hat{b}_t^\circ = 0$$

ii) FIJ-M: el banco central usa la intervención en el mercado cambiario con suficiente rapidez como para mantener el tipo de cambio con la canasta de monedas ponderada por comercio en su valor inicial. Además, el banco central mantiene constante el *stock* real de bonos en pesos como proporción del producto:

$$\hat{\delta}_t = \hat{\delta}_t^*$$

$$\hat{b}_t^\circ = 0$$

iii) MI-FP: el banco central tiene una meta operativa para la tasa de interés de corto plazo y adecua su intervención en el mercado de dinero para que la tasa de interés alcance esa meta (o esté muy cerca de ella), o sea, para que se cumpla la regla de Taylor.

$$(47) \quad \hat{i}_t = C^1 \hat{i}_{t-1} + C^2 (\hat{\pi}_t^\circ - \hat{\pi}_t^{\circ m}) + C^3 \hat{y}_t^\circ$$

Además, cuando hay flotación pura suponemos que el banco central restringe su intervención en el mercado cambiario a mantener constante el *stock* de reservas internacionales como proporción del producto:²⁴

$$\hat{R}_t^\circ = 0$$

iv) MI-FA: en este caso el banco central utiliza simultáneamente la intervención en el mercado de dinero (tasa de interés) y la intervención en el mercado cambiario como instrumentos.

$$\hat{i}_t = C^1 \hat{i}_{t-1} + C^2 (\hat{\pi}_t^\circ - \hat{\pi}_t^{\circ m}) + C^3 \hat{y}_t^\circ$$

$$(48) \quad \hat{R}_t^\circ = K^0 \hat{R}_{t-1}^\circ - K^1 \left[\hat{\delta}_t - a \hat{\delta}_t^* - b (\hat{\pi}_t - \hat{\pi}_t^*) \right]$$

El banco central opone resistencia a los cambios en el tipo de cambio nominal contra el dólar (MI-FA-NU) ($a = b = 0$) o bien a los cambios en el tipo de cambio nominal contra la canasta de monedas (MI-FA-NM) ($a = 1, b = 0$) o bien a los cambios en el tipo de cambio real multilateral (MI-FA-RM) ($a = b = 1$). Para ser específicos, tomemos el caso MI-FA-NU, y supongamos que en la ecuación de paridad de tasas de interés sólo entra la tasa de depreciación contemporánea (además de la esperada).

Las ecuaciones del sistema son las que señalamos a continuación:

$$(49) \quad \begin{aligned} \hat{\pi}_t = & A_1^1 \hat{\pi}_{t-1} + A_2^1 \hat{\pi}_{t-2} + A^2 E_t \hat{\pi}_{t+1} + A_1^3 \hat{y}_{t-1}^\circ + \\ & + A_1^4 (\hat{\delta}_{t-1} - \hat{\delta}_{t-1}^* + \hat{\pi}_{t-1}^*) + A_2^4 (\hat{\delta}_{t-2} - \hat{\delta}_{t-2}^* + \hat{\pi}_{t-2}^*) \end{aligned}$$

²⁴ Obviamente, las reservas podrán cambiar adicionalmente por una política que se refiere a razones prudenciales de liquidez internacional. Para simplificar, aquí nos abstenemos de abordar esa cuestión.

$$(50) \quad \hat{y}_i^\circ = B_1^1 \hat{y}_{i-1}^\circ + B^2 E_i \hat{y}_{i+1}^\circ - B_2^3 (\hat{i}_{i-2}^\circ - \hat{\pi}_{i-1}^\circ) - B_1^4 (\hat{e}_{i-1}^\circ - \hat{e}_{i-2}^\circ) + B_2^4 (\hat{e}_{i-2}^\circ - \hat{e}_{i-3}^\circ)$$

$$(51) \quad \hat{i}_i^\circ = \hat{i}_i^{*US} + E_i \hat{\delta}_{i+1}^\circ + D^3 \hat{\delta}_i^\circ + \hat{\zeta}_i^\circ + G^2 \hat{b}_i^\circ$$

$$(52) \quad \hat{m}_i^\circ = -G^1 \hat{i}_i^\circ + G^2 \hat{b}_i^\circ$$

$$(53) \quad \hat{R}_i^\circ = \alpha_m \hat{m}_i^\circ + (1 - \alpha_m) \hat{b}_i^\circ - \hat{e}_i^{US}$$

$$(54) \quad \hat{i}_i^\circ = C^1 \hat{i}_{i-1}^\circ + C^2 (\hat{\pi}_i^\circ - \hat{\pi}_i^{*m}) + C^3 \hat{y}_i^\circ$$

$$(55) \quad \hat{R}_i^\circ = K^0 \hat{R}_{i-1}^\circ - K^1 \hat{\delta}_i^\circ$$

$$(56) \quad \Delta \hat{e}_i^\circ = \hat{\delta}_i^\circ - \hat{\pi}_i^\circ + \hat{\pi}_i^{*} - \hat{\delta}_i^{*}$$

$$(57) \quad \Delta \hat{e}_i^{US} = \hat{\delta}_i^\circ - \hat{\pi}_i^\circ + \hat{\pi}_i^{*US}$$

$$(58) \quad \hat{\pi}_i^\circ = \hat{\pi}_i^\circ + \hat{\pi}_{i-1}^\circ + \hat{\pi}_{i-2}^\circ + \hat{\pi}_{i-3}^\circ$$

Estas diez ecuaciones deben determinar la evolución de las 10 variables endógenas²⁵ $\hat{\pi}_i^\circ$, $\hat{\pi}_i^{*}$, \hat{y}_i° , \hat{e}_i° , \hat{e}_i^{US} , $\hat{\delta}_i^\circ$, \hat{i}_i° , \hat{m}_i° , \hat{R}_i° , \hat{b}_i° , dadas las trayectorias (esperadas) de las variables exógenas $\hat{\pi}_i^{*m}$, $\hat{\delta}_i^{*}$, \hat{i}_i^{*US} , $\hat{\pi}_i^{*US}$, $\hat{\pi}_i^{*}$, $\hat{\zeta}_i^\circ$. Este es el sistema que corresponde a la segunda versión del MEP.

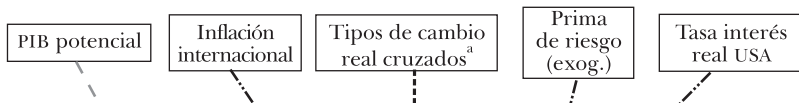
El esquema 2 muestra las variables del MEP 2, tanto endógenas como exógenas, y sus mecanismos de transmisión. A diferencia del MEP 1, estos involucran relaciones más complejas, incluida la interacción entre variables monetarias y reales.

La incorporación del balance del banco central y de la demanda de dinero, adiciona mayor complejidad a los mecanismos de transmisión. Este hecho se observa claramente en la intervención simultánea de la autoridad monetaria en el mercado de dinero y de divisas. Un aspecto central se relaciona con la prima de riesgo en la ecuación *UIP* y en la demanda de dinero, ya que su presencia (o más en general la sustitución imperfecta entre activos denominados en moneda doméstica y extranjera) hace más rica la interacción entre los bloques monetarios y real de este modelo, en términos de los mecanismos de transmisión.

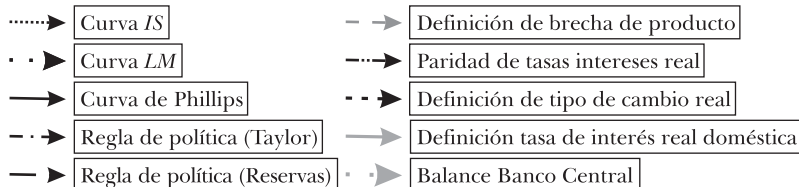
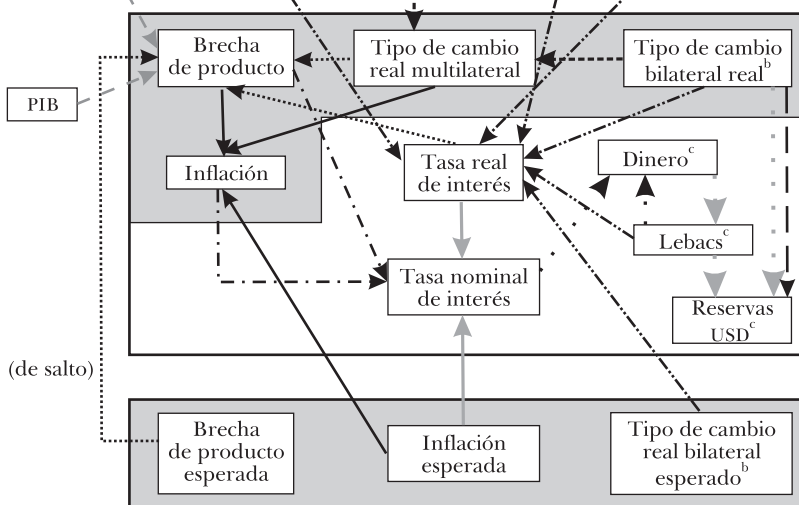
²⁵ La regla de política sobre la tasa de interés introduce una variable endógena adicional a las 9 consideradas en el sistema (38) a (44), la tasa de inflación interanual, $\hat{\pi}_i^\circ$, lo que requiere introducir la ecuación (58).

ESQUEMA 2. MEP 2: MECANISMOS DE TRANSMISIÓN

Exógenas



Endógenas



^a Real/dólar - Euro/dólar. ^b Peso/dólar. ^c En términos del producto.

IV. ESTIMACIONES ECONOMETRICAS

Una vez evaluado el modelo teórico existen dos cuestiones adicionales a resolver, tal como remarca Favero (2001): una es la parametrización del modelo y la otra es su simulación. En esta sección nos concentraremos en detalle en la primera de estas cuestiones y en los desafíos técnicos que implica, mientras que la simulación será estudiada en la sección siguiente.

En efecto, como paso previo a su solución y utilización para realizar proyecciones y análisis de política, deben definirse los parámetros correspondientes a las variables que determinan la

dinámica del modelo y, por ende, su estabilidad. En un modelo microfundado estos coeficientes quedan definidos a partir de los valores correspondientes a sus propios parámetros subyacentes. Esto no es posible en el caso de modelos macroeconómicos no microfundados como el MEP. Una alternativa es utilizar valores de parámetros provenientes de modelos similares de otras economías y calibrar los mismos a partir de los datos empíricos de la economía en cuestión. Otra alternativa es determinar los valores de los parámetros a partir de estimaciones econométricas.

La literatura no muestra un claro consenso en relación con los métodos de parametrización ya que en todos los casos existen aspectos a favor y en contra. La utilización de parámetros provenientes de otras economías puede no ser aconsejable cuando se trata de economías que tienen diferente estructura económica y desempeño macroeconómico (por ejemplo, modelos de economías desarrolladas para proyectar en economías en desarrollo) y, especialmente, si la economía bajo análisis ha sufrido *shocks* externos de relevancia.

En este trabajo se sigue el enfoque de estimación econométrica de los parámetros. Entre las restricciones más importantes de su implementación se destacan la necesidad de disponer de series estadísticas con suficiente cobertura temporal consistentes con las variables del modelo, así como la presencia de quiebres institucionales y cambios de régimen dentro del período. Ambas restricciones están presentes en el caso bajo estudio, por lo que la estimación econométrica requiere de un adecuado tratamiento de las mismas de manera de minimizar su posible impacto sobre la capacidad predictiva del modelo.

El modelo teórico subyacente detrás de la forma reducida del modelo económico pequeño cobra relevancia cuando se considera la metodología econométrica apropiada para la estimación de los parámetros. En particular, los modelos como el MEP que pueden ser racionalizados a partir de microfundamentos y de decisiones de optimización intertemporal dan como resultado parámetros diferentes a los estimados a través de modelos macroeconómicos tradicionales, ya que se basan en definitiva en los parámetros profundos que describen, por ejemplo, las preferencias y tecnología. Si al paradigma de la optimización intertemporal se agregan expectativas consistentes o que se forman racionalmente, los errores de predicción no estarán relacionados con la información que tiene disponible al momento de hacer la predicción quien toma decisiones intertemporales. Si es posible observar el subconjunto de información que los agentes económicos poseen al momento de tomar sus decisiones, el enfoque de

expectativas racionales sugiere el uso de condiciones de ortogonalidad que conducen al método de estimación econométrica conocido como Método Generalizado de Momentos.²⁶ Esta metodología encierra una generalización de los métodos de variables instrumentales y posee dos ventajas fundamentales: *i*) no requiere la imposición, de una determinada distribución de probabilidad a la variables, y *ii*) es consistente con el comportamiento de optimización intertemporal de los agentes económicos. A fin de corregir el problema de endogeneidad en el que se incurre al estimar cada ecuación individualmente, se utiliza la estimación por sistema del MGM para considerarlas en forma simultánea.

En las subsecciones siguientes se analizan los resultados que surgen de la estimación de los parámetros. A los fines de su interpretación, es necesario tener en cuenta que: *i*) las especificaciones de los modelos MEP 1 y MEP 2 que surgen de las estimaciones son compatibles con la estructura de rezagos de los modelos desarrollados anteriormente, es decir, con las ecuaciones [(13), (15), y (19)] y [(49), (50), (51) y (52)];²⁷ *ii*) las estimaciones son ajustadas trimestre a trimestre con base en nuevas realizaciones de las variables exógenas e incluyen diversas variables binarias de control para diferentes períodos. Por esta razón, y considerando que tanto en el caso del MEP 1 como del MEP 2 las estimaciones de los parámetros fundamentales (aquellos que determinan la dinámica del sistema) muestran cierta estabilidad y consistencia, se analizarán descriptivamente los principales mecanismos de transmisión y su relevancia a partir de la estimación más reciente del modelo. Sin embargo, debe considerarse que trimestre a trimestre pueden registrarse cambios en los valores estimados de estos parámetros derivados de la relación sistémica entre las variables.²⁸

1. La estimación del MEP 1

Las estimaciones de las ecuaciones núcleo del MEP se realizaron utilizando datos trimestrales correspondientes al período 1993-2006. Si bien la extensión del período es suficiente para llevar adelante las estimaciones, debe considerarse que la economía argentina experimentó etapas diversas durante el mismo.

²⁶ Hansen (1982).

²⁷ Las ecuaciones (20), (53), (54), (55) reflejan reglas de política o ecuaciones de balance cuyos parámetros no son estimados sino calibrados.

²⁸ Véase por ejemplo, Polovnov y Nikolaychuk (2006).

En particular, el país atravesó dos importantes crisis económicas: en 1995 con los efectos regionales de la devaluación mexicana ("Efecto Tequila"), y a fines de 2001 con la salida del régimen de Convertibilidad. Asimismo, deben considerarse las diferencias sustanciales en los regímenes económicos vigentes: Plan de Convertibilidad (1991-2001), un período de crisis desde la salida de la Convertibilidad (primer trimestre de 2002) hasta el primer trimestre de 2003 y el período de poscrisis desde el segundo trimestre de 2003 hasta el final de la muestra. La influencia de las mencionadas crisis sobre los valores de los parámetros se controló mediante el uso de variables binarias.

A esto se agrega una de las restricciones más importantes en términos de disponibilidad de datos, relacionada con la ausencia de series robustas y extensas de tasas de interés para el período completo bajo análisis. De hecho, la tasa de interés real *ex-ante* utilizada en las ecuaciones *IS* y *UIP* se calcula con base en la serie mensual de la tasa nominal anual por depósitos a plazo fijo 30-59 días, promedio ponderado por montos de datos diarios del mes. Esta tasa se calcula en términos reales con base en la serie mensual de la inflación esperada.²⁹ Con relación al resto de las variables, la tasa de interés internacional de referencia utilizada es la tasa Libor a 3 meses. El cálculo de la inflación doméstica se hizo con base en el índice de precios al consumidor (IPC), el tipo de cambio real utilizado es el multilateral con los tres principales socios comerciales de Argentina (Brasil, Estados Unidos y la zona del euro) y la inflación importada es calculada con base en los precios al consumidor de estos mismos socios.

Entre los resultados más salientes de la estimación econométrica del sistema puede destacarse que en el caso de la ecuación de Phillips, ecuación (13), tanto el componente *forward* como el *backward* resultan individualmente significativos, siendo levemente mayor la ponderación del pasado que la del futuro. Esto determina una especificación híbrida de la ecuación de Phillips, en la que el componente *backward* está asociado al comportamiento inercial de la inflación y el componente *forward* refleja el efecto de las expectativas de cambios en los precios sobre la inflación corriente. Los *tests* no rechazan la verticalidad de esta ecuación en el largo plazo, es decir que la suma de los valores

²⁹ Será deseable incorporar una tasa de interés de largo plazo en la *IS*, que refleje de manera más apropiada el impacto de la intervención de la autoridad monetaria sobre la inversión. Sin embargo, no se encuentran disponibles series de tasas con tal característica.

de ambos coeficientes es uno. La brecha del producto afecta con rezagos a la inflación presente, pero de manera diferencial según el período considerado.³⁰ El valor del coeficiente para el período poscrisis, con el cual se han efectuado las simulaciones de la sección siguiente, indica que el canal de transmisión de la actividad a los precios es significativo. La incorporación de la inflación importada (aproximada a partir de la depreciación nominal más inflación internacional) resulta significativa con rezagos y efecto total positivo. El canal de transmisión de esta variable a precios es significativamente menor que el observado para el caso de la actividad económica en el período poscrisis.³¹

En relación con la ecuación *IS*, ecuación (15), el componente *backward* de la brecha de producto tiene mayor ponderación que el componente *forward*. La mayoría de los estudios empíricos imponen que ambos coeficientes sumen uno; en el caso de estudio, esta restricción se cumple sin ser impuesta. Respecto a la tasa de interés real, se encuentran rezagos significativos que reflejan, tal como es usual, el retardo con el cual cambios en la tasa de interés afectan a la brecha de producto. Por otro lado, la variación del tipo de cambio real resulta significativa también con rezagos. Si bien ambas variables afectan a la brecha del producto con un rezago de dos períodos el canal de transmisión más importante es el del tipo de cambio.

En el caso de la Paridad de Tasas de Interés, ecuación (19), se destaca que los resultados de las estimaciones convalidan la presencia de un rezago y un adelanto en la variación del tipo de cambio, mientras que la ponderación del pasado es mayor que la del futuro.

En general, resulta necesaria la inclusión de variables binarias puntuales para diversos períodos, particularmente para el cuarto trimestre de 2001, el primer trimestre de 2002, así como para otros trimestres de 2003 sólo en el caso de la *UIP*.

2. La estimación del MEP 2

Como fuera mencionado, el modelo MEP en su segunda versión enriquece el sistema de ecuaciones con variables adicionales

³⁰ Convertibilidad, período de crisis (primer trimestre de 2002 a primer trimestre de 2003) y período poscrisis (segundo trimestre de 2003 hasta el final de la muestra).

³¹ En el marco del MEP resulta conveniente utilizar la depreciación real más la inflación doméstica en reemplazo de la devaluación nominal más la inflación internacional, ya que son idénticos por definición.

y agrega la ecuación de demanda de dinero (*LM*) y la condición de balance del banco central. La inclusión de variables adicionales y de la ecuación de demanda de dinero en el sistema a estimar por el método MGM no genera modificaciones sustanciales en los parámetros estimados.

En particular, en el caso de la ecuación de Phillips, ecuación (49), nuevamente tanto el componente *forward* como el *backward* resultan individualmente significativos, siendo mayor la ponderación del componente pasado que la del futuro. El peso de ambos términos no es significativamente diferente al observado en el caso del MEP 1.³² Asimismo, la brecha del producto afecta con rezagos a la inflación presente, pero de manera diferencial según el período considerado, incrementándose el impacto positivo con respecto al MEP 1 para el período poscrisis. El parámetro correspondiente a la inflación importada resulta significativo con rezagos y efecto total positivo al igual que en el MEP 1. Nuevamente el canal de transmisión a precios de la brecha del producto es más relevante que el de la inflación importada.

En relación a la ecuación *IS*, ecuación (50), al igual que en el MEP 1 el componente *backward* de la brecha del producto tiene mayor ponderación que el componente *forward*. La tasa de interés real afecta a la brecha del producto con dos rezagos, al igual que la variación del tipo de cambio real, aunque el impacto de este último es significativamente mayor. A esta ecuación se le agrega el efecto de una variable fiscal, gasto público/producto interno bruto,³³ que mejora la bondad del ajuste de la ecuación respecto del MEP 1 con un efecto positivo muy significativo del rezago de dicha variable sobre la brecha del producto. A pesar de la inclusión de esta variable, las estimaciones de los restantes coeficientes de esta ecuación permanecen estables con respecto al MEP 1.

En el caso de la ecuación *UIP*, ecuación (51), nuevamente los resultados de las estimaciones convalidan la presencia de un rezago en la variación del tipo de cambio, en tanto que la ponderación del pasado es muy superior a la del futuro comparativamente al MEP 1. A diferencia del MEP 1, en esta ecuación se incorpora el *stock* de bonos públicos (aproximados a partir del *stock* de LEBAC)³⁴ como *proxy* a la prima de riesgo

³² Nuevamente no se rechaza la hipótesis de verticalidad de la ecuación de Phillips en el largo plazo.

³³ Esta variable se expresa en desvíos de su tendencia de largo plazo, utilizando el filtro de Hodrick-Prescott (1980).

³⁴ Las LEBACS o Letras del Banco Central comienzan a emitirse a partir del primer trimestre del 2002, siendo más relevantes como instrumentos

endógena. Esta variable se torna significativa –estadística y económicamente– a partir de 2003. Su impacto es positivo, siendo de gran relevancia en la capacidad explicativa del modelo.

Adicionalmente, el MEP 2 incluye la ecuación de demanda de dinero en la que se considera como variable dependiente al agregado monetario M_1 como proporción del PIB nominal.³⁵ Esta variable es explicada por sus propios rezagos, la tasa de interés nominal rezagada, con signo negativo, y la *proxy* de riesgo (el *stock* de LEBAC), con signo positivo.

Finalmente, debe tenerse en cuenta, tal como sugiere Favero (2001), que en la implementación del MGM la estabilidad de las estimaciones de los parámetros profundos con datos agregados de serie de tiempo es un tema clave. Esta propiedad se cumple en el caso del MEP, ya que los parámetros fundamentales muestran una creciente estabilidad y consistencia.³⁶

V. LA RESOLUCIÓN DEL MEP Y UN ANÁLISIS IMPULSO RESPUESTA

El modelo MEP detallado en la sección anterior constituye un sistema lineal de ecuaciones en diferencias, con variables endógenas rezagadas (*backward looking*) y en expectativas (*forward looking*). La presencia de variables de expectativa en el sistema implica que la solución del modelo, y la posibilidad de utilizar el mismo para realizar proyecciones, requiere de supuestos acerca de como se conforman tales expectativas. Una forma conveniente

de control monetario a partir del año 2003.

³⁵ Para el período analizado el agregado M_1 (efectivo más depósitos en cuenta corriente) presenta ventajas en comparación con la base monetaria en términos de bondad del ajuste de la demanda de dinero. Por ello, la estimación econométrica se efectúa considerando este agregado monetario que contempla el motivo transacciones de la especificación teórica de la curva *LM*. Se realiza el supuesto implícito de que los depósitos en cuenta corriente varían proporcionalmente con la circulación monetaria, ya que no se modela el sistema bancario.

³⁶ Los estudios de simulación que investigan la distribución en muestras pequeñas de los estimadores de MGM y los estadísticos asociados (véase, por ejemplo, Hayashi (2000)) encuentran que los estadísticos usuales para evaluar la significatividad de las variables rechazan demasiado a menudo la hipótesis nula de ausencia de significatividad. Este hallazgo también puede afectar las pruebas de constancia de parámetros dado que estimaciones tan precisas hacen que los intervalos de confianza sean demasiado estrechos y, por lo tanto, podrán aumentar la probabilidad de detectar cambios en los parámetros.

de resolver esta dificultad es suponer que los agentes forman sus expectativas de forma consistente. De esta manera puede suponerse que los agentes conocen el modelo y realizan sus proyecciones acerca de la evolución futura de las variables en forma consistente con el mismo y con la información disponible (incluida la posible presencia de *shocks* en las ecuaciones del sistema). Con este supuesto, el modelo puede resolverse utilizando el valor futuro de las variables endógenas en lugar de las variables en expectativa.

La resolución de estos modelos no siempre es unívoca, ni estable, y requiere de la utilización de métodos numéricos. En particular, la evaluación de la dinámica del modelo requiere del estudio adecuado de las características que imponen las estimaciones, considerando asimismo el posible impacto que surja por el accionar de la política económica, es decir incluyendo los parámetros estimados y los que se corresponden con las decisiones de política de la autoridad monetaria. Debe notarse que a fin de que exista un sendero único de equilibrio dinámico es necesario probar que la cantidad de autovalores explosivos coincide exactamente con el número de variables *forward looking* en el sistema, en cuyo caso existe un sendero único de equilibrio dinámico. Para la solución numérica se utiliza el programa WinSolve, especialmente diseñado para resolver y simular modelos.

Asimismo, la resolución del sistema de ecuaciones dinámicas para la realización de proyecciones de las variables macroeconómicas requiere de condiciones iniciales, tomándose usualmente el valor correspondiente al último período incluido en la estimación para las variables endógenas utilizadas. Por otro lado, la solución requiere también que se impongan los valores de largo plazo de las variables no predeterminadas del modelo. Así, se definen valores finales para la inflación (π_∞), la brecha del producto (y_∞),³⁷ la tasa de interés real (r_∞) y el tipo de cambio real peso-dólar (e_∞^{USA}). Los valores numéricos correspondientes a estas variables pueden ser modificados de acuerdo a los requerimientos del ejercicio de política.

También es necesario estimar la evolución de todas las variables exógenas que afectan al modelo. Las variables exógenas que intervienen en el modelo son los IPCs de Estados Unidos, zona del euro y Brasil, los tipo de cambio nominales euro-dólar y real-dólar y una tasa de interés internacional de referencia

³⁷ Como se mencionara, se asume una brecha de producto nula en el largo plazo.

(Libor 3 meses).³⁸ En el Apéndice se encuentra una descripción detallada de la metodología empleada. Por último, es posible incluir en el modelo *shocks* exógenos. Estos *shocks* permiten incorporar información existente sobre probables cambios futuros en la economía que no pueden ser capturados internamente en las variables endógenas del modelo (por ejemplo: aumentos salariales, tarifarios, cambio en las condiciones internacionales, etc.), incluyendo variaciones estacionales. Con el supuesto de expectativas consistentes, una vez establecidos estos *shocks* serán internalizados por los propios agentes de la economía al momento de proyectar las expectativas futuras de las variables endógenas. La posibilidad de introducir tales *shocks* permite ajustar las proyecciones a cambios no considerados en el modelo, mejorando la capacidad de predicción del mismo en el corto plazo.

1. El efecto de *shocks*: análisis impulso-respuesta

Las proyecciones de las variables endógenas del MEP están condicionadas por tres tipos de factores: la regla (o las reglas en el modelo MEP 2) de política adoptada, la proyección de las variables exógenas y la presencia de *shocks* no anticipados que afecten las variables endógenas. A través de estos últimos, es posible analizar la reacción de las variables endógenas del modelo a perturbaciones exógenas. En particular es factible analizar la presencia de perturbaciones exógenas sobre el lado de la oferta, la demanda o el sector externo, en la medida que los *shocks* operen a través de la ecuación de Phillips, la ecuación *IS* o la ecuación *UIP*. El análisis de impulso-respuesta brinda información acerca de la consistencia del modelo en términos de la interrelación entre las variables en el sistema, al tiempo que indica el nivel de persistencia de los mismos, considerando que los *shocks* perturban las variables medidas como desvíos de sus valores de equilibrio general de largo plazo. Esta última característica es un aporte singularmente importante al momento de evaluar opciones de política monetaria.

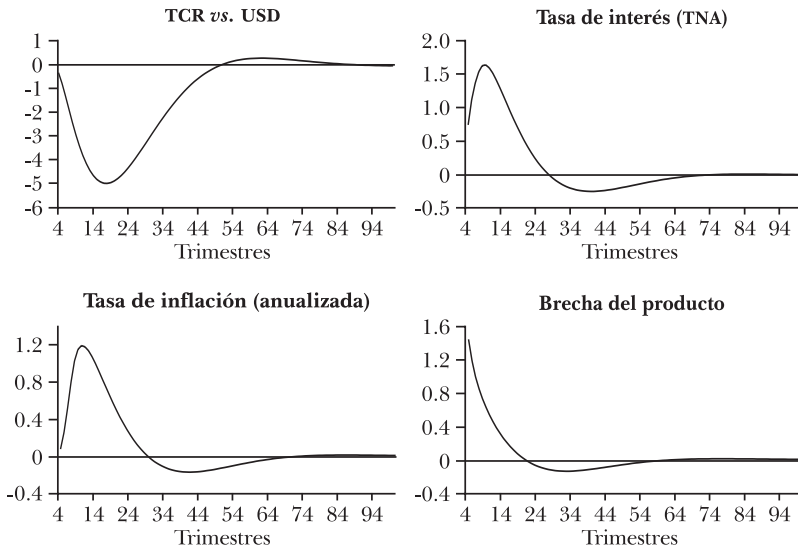
A manera de ejemplo, en la presente sección, se muestra y analiza el impacto de un *shock* de demanda. Partiendo del estado estacionario se perturba al modelo con un *shock* de un punto porcentual positivo sobre la ecuación *IS*. El impacto de la

³⁸ Dadas las dificultades para pronosticar el componente exógeno de la prima de riesgo y liquidez, se supone que esta es nula a lo largo del horizonte de proyección del modelo.

perturbación se propaga entonces a la totalidad del sistema, por cuanto las variables endógenas responden desviándose de sus valores de equilibrio de largo plazo (esto se mide en el eje de las ordenadas) de acuerdo a la relación sistemática y de equilibrio general entre las variables del modelo a través de los mecanismos de transmisión ilustrados en los esquemas 1 y 2. Esta simulación se realiza tanto para el MEP 1 como para el MEP 2.

La gráfica I muestra las reacciones de impulso-respuesta para el MEP 1. El efecto de una perturbación sobre la ecuación *IS* origina un desvío positivo de la brecha del producto respecto de su valor de estado estacionario, que en primera instancia es superior al valor de la perturbación inicial dado que el valor esperado de la brecha también afecta el valor actual de este desvío. Se observa un aumento de la tasa de interés nominal, un incremento de la inflación, un aumento de la tasa de interés real (dado el nivel de la variación en las variables antes mencionadas) y una apreciación del tipo de cambio real. Por su parte, el eje de abcisas indica el número de trimestres que requiere cada una de estas variables para recuperar su valor de equilibrio de largo plazo.

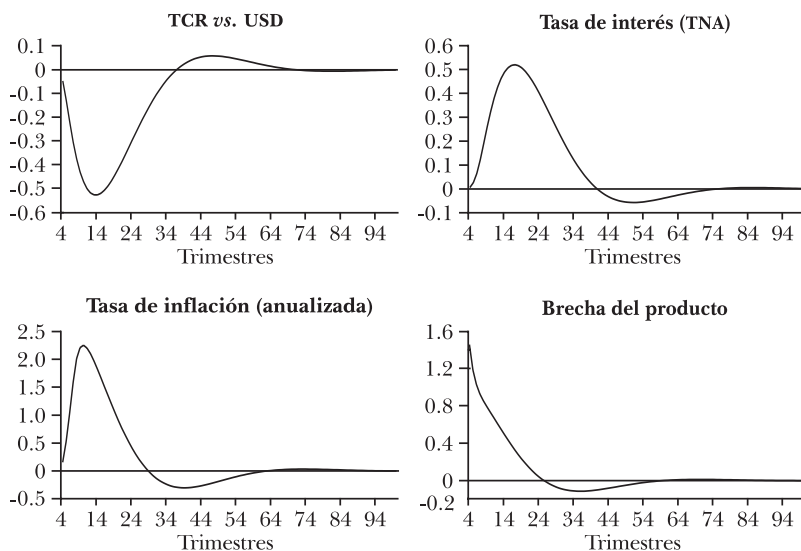
GRÁFICA I. MEP 1: IMPULSO-RESPUESTA A SHOCK DE 1% SOBRE CURVA *IS*



La gráfica II muestra la respuesta del MEP 2 ante el mismo impulso inicial. En este caso, la reacción de las variables es similar en términos cualitativos. Sin embargo, se pueden notar diferencias de magnitud en la respuesta de las variables relacionadas

con la mayor riqueza en los mecanismos de transmisión y con la operación de la intervención que realiza la autoridad monetaria en el mercado de divisas. En particular, puede notarse el menor efecto sobre la apreciación real del tipo de cambio y sobre la tasa de interés nominal, que refleja la mayor liquidez derivada de la intervención de la autoridad monetaria en el mercado de divisas a pesar del esfuerzo de esterilización. Por otro lado, se observa una mayor persistencia en la respuesta de la brecha del producto, ya que en esta versión del MEP permanece positiva por un período de tiempo más prolongado luego del impulso inicial.

GRÁFICA II. MEP 2: IMPULSO-RESPUESTA A *SHOCK* DE 1% SOBRE CURVA IS



VI. CONSIDERACIONES FINALES

El desarrollo y la implementación del MEP, en cualquiera de sus versiones, permite al BCRA contar con una herramienta analítica simple, capaz de evaluar las implicancias macroeconómicas de diferentes opciones de política y realizar proyecciones de las variables relevantes. El MEP permite nutrir con sus proyecciones modelos econométricos auxiliares de suma utilidad para proyectar variables macroeconómicas y monetarias, tales como la brecha de producto,³⁹ los agregados monetarios,⁴⁰ y componentes de la

³⁹ Elosegui *et al.* (2006).

demanda agregada tales como el consumo y la inversión. De esta manera, este tipo de herramientas tienen un rol importante como auxiliar para la toma de decisiones de política monetaria de manera informada y consistente. Asimismo, el modelo incorpora de manera adecuada el comportamiento pasado de las principales variables macroeconómicas y permite al mismo tiempo proyectarlas hacia el futuro de manera consistente.

Sin embargo, debido a su escasa complejidad, el modelo tiene limitaciones, especialmente al momento de evaluar y realizar análisis de políticas monetarias que operan a través de mecanismos de transmisión más sofisticados. Por esta razón, se continúa avanzando en el desarrollo de modelos alternativos y complementarios, principalmente, con modelos dinámicos y estocásticos de equilibrio general (DSGE), en consonancia con los desarrollos recientes de la literatura económica y con las agendas de investigación de la mayoría de los bancos centrales. Esto permitirá complementar y fortalecer la capacidad de realizar proyecciones y de analizar el impacto económico de diferentes medidas de política monetaria.

Debe tenerse en cuenta que una de las restricciones que se enfrentan a la hora de realizar proyecciones y ajuste de modelos (microfundados o no) a la economía local, se relaciona directamente con la disponibilidad de datos y la presencia de importantes *shocks* y cambios estructurales. Por esta razón, se realiza un importante esfuerzo en la adecuada implementación econométrica de los modelos. Por último, el ajuste y la implementación de las proyecciones que surgen de los modelos requiere de la utilización de técnicas de proyección que son realizadas en diversas plataformas, tales como WinSolve y MATLAB. Esto demuestra que el desarrollo de los modelos de proyección constituye un desafío importante para el área de investigaciones económicas por cuanto conlleva esfuerzos de investigación en teoría, estimación econométrica y métodos cuantitativos. Tales esfuerzos tienen su correlato en el desarrollo de herramientas analíticas de utilidad para la toma de decisiones de política monetaria.

Apéndice

1. Definición del TCRM

El MEP utiliza un TCRM que incorpora a tres socios, Estados

⁴⁰ Aguirre *et al.* (2006).

Unidos, Eurolandia, y Brasil, quienes tienen participaciones α_{US} , α_{EU} , y α_{BR} (que suman uno). A continuación se define el TCRM (e_t) de dos formas alternativas y equivalentes, la primera como promedio geométrico de los TCR bilaterales con los socios comerciales, y la segunda como razón entre el producto del tipo de cambio nominal multilateral (TCNM) y el IPC de Argentina:

$$(A.1) \quad e_t \left(\frac{S_t P_t^{US}}{P_t} \right)^{\alpha_{US}} \left(\frac{(S_t / P_t^{EU}) P_t^{EU}}{P_t} \right)^{\alpha_{EU}} \left(\frac{(S_t / P_t^{BR}) P_t^{BR}}{P_t} \right)^{\alpha_{BR}} = \frac{P_t^* S_t / \rho_t}{P_t}$$

donde P_t^j es el IPC del socio j ($j=US, EU, BR$), P_t es el IPC de Argentina, S_t es el tipo de cambio pesos/dólar, y ρ_t^k es el tipo de cambio de k con Estados Unidos (moneda de k /dólares; $k=EU, BR$):

$$\rho_t \equiv (\rho_t^{EU})^{\alpha_{EU}} (\rho_t^{BR})^{\alpha_{BR}} = (1)^{\alpha_{US}} (\rho_t^{EU})^{\alpha_{EU}} (\rho_t^{BR})^{\alpha_{BR}}$$

es el tipo de cambio de una canasta de monedas ponderada por comercio en relación con el dólar (unidades de la canasta por dólar):

$$S_t / \rho_t = (S_t)^{\alpha_{US}} (S_t / \rho_t^{EU})^{\alpha_{EU}} (S_t / \rho_t^{BR})^{\alpha_{BR}}$$

es el tipo de cambio nominal multilateral (TCNM), y:

$$P_t^* \equiv (P_t^{US})^{\alpha_{US}} (P_t^{EU})^{\alpha_{EU}} (P_t^{BR})^{\alpha_{BR}}$$

es el índice de precios de los socios comerciales, ponderado por las participaciones en el comercio de Argentina.

Obsérvese que (A.1) también puede escribirse como:

$$(A.2) \quad e_t = (e_t^{US})^{\alpha_{US}} (e_t^{EU})^{\alpha_{EU}} (e_t^{BR})^{\alpha_{BR}}$$

si definimos los tipos de cambio reales bilaterales:

$$(A.3) \quad e_t^{US} = \frac{S_t P_t^{US}}{P_t}$$

$$(A.4) \quad e_t^{EU} = \frac{(S_t / P_t^{EU}) P_t^{EU}}{P_t}$$

$$(A.5) \quad e_t^{BR} = \frac{(S_t / P_t^{BR}) P_t^{BR}}{P_t}$$

Como se observa en (A.1), los cambios en los precios de los socios comerciales y en los tipos de cambio cruzados entre sus

monedas afectan directamente al TCRM de Argentina. En el MEP, las variables que determinan a P_t^* y ρ_t , o sea, ρ_t^{EU} , ρ_t^{BR} y P_t^k ($k=US, EU, BR$) son exógenas, es decir, variables cuyos valores no están determinados por el modelo. Los movimientos de P_t^* y ρ_t indican qué sucede con los precios de los socios y con sus monedas en relación con el dólar. Por ello, podemos utilizar al tipo de cambio nominal con el dólar S_t para definir la política cambiaria argentina. Al ser el MEP un modelo de plazo intermedio, se supone que en el largo plazo del modelo no han tenido tiempo de cambiarse las participaciones de los socios en el comercio exterior de Argentina. Por ello, los coeficientes α_{US} , α_{EU} y α_{BR} son constantes.

Utilizando la segunda igualdad de (A.1) se obtiene:

$$(A.6) \quad \frac{e_t}{e_{t-1}} = \frac{(P_t^* / P_{t-1}^*) (S_t / S_{t-1}) (\rho_t / \rho_{t-1})}{P_t / P_{t-1}} = \frac{\pi_t^* \delta_t / \delta_t^*}{\pi_t}$$

donde en la segunda igualdad se definieron la tasa de depreciación nominal del peso con el dólar, la tasa de inflación local, la tasa de apreciación del dólar contra una canasta de monedas ponderadas por comercio, y la tasa de inflación de los socios ponderadas por comercio:

$$\delta_t \equiv S_t / S_{t-1}$$

$$\pi_t \equiv P_t / P_{t-1}$$

$$\delta_t^* \equiv \rho_t / \rho_{t-1}$$

$$\pi_t^* \equiv P_t^* / P_{t-1}^*$$

Por tanto la versión log-lineal de (A.6) es:

$$(A.7) \quad \hat{e}_t - \hat{e}_{t-1} = \hat{\delta}_t - \hat{\pi}_t + \hat{\pi}_t^* - \hat{\delta}_t^*$$

Luego (A.7) dice que la depreciación real multilateral del peso es necesariamente igual a la tasa de depreciación nominal con el dólar, menos la tasa de inflación doméstica, más la tasa de inflación internacional y menos la tasa de apreciación del dólar contra la canasta de monedas de los socios de Argentina, ponderadas por las participaciones en el comercio, donde además todas estas variables están expresadas como desvíos porcentuales con respecto a sus valores de largo plazo. Para conocer la metodología de cálculo del tipo de cambio real multilateral ver “Índice del Tipo de Cambio Real Multilateral” en

www.bcra.gov.ar, Subgerencia General de Investigaciones Económicas, BCRA, mayo de 2005.

2. Tratamiento de variables exógenas

a) Precios al consumidor de Brasil, área euro y Estados Unidos

Para Estados Unidos y el área euro se utilizan las proyecciones de inflación interanual de precios al consumidor provistas por Bloomberg en su *Survey Consensus Forecast* de periodicidad mensual, en el que se resumen los pronósticos efectuados por diversas instituciones del mercado. Estos abarcan el trimestre en curso y los próximos cuatro/cinco trimestres. En el caso de Brasil se utilizan las expectativas de mercado respecto a la inflación IPCA para los próximos doce/trece meses que releva semanalmente el Banco Central de Brasil.

Más allá de ese horizonte de proyección y hasta completar los 25 años que necesita el MEP como insumos, se procede de distinta forma en los casos del área euro y Estados Unidos, por un lado, y Brasil por el otro. Para los dos primeros se supone que ambos alcanzan una inflación de estado estacionario de 2% anual hasta analizar el período relevante. En el caso de Brasil, se supone que este país cumple las metas de inflación fijadas por su banco central y, a partir del año para el que aún no se han anunciado metas, se asume que esta economía alcanza una inflación de estado estacionario de 3% anual.

b) Tipos de cambio bilaterales euro-dólar y real-dólar

Los pronósticos de tipo de cambio para corto y mediano plazo se toman de las proyecciones de consenso relevadas por Bloomberg para el euro y el real *vis-a-vis* con el dólar.

Para el tipo de cambio euro-dólar se dispone, adicionalmente, de proyecciones a corto y mediano plazo provistas por el FMI, que cubren más de cinco años hacia delante y que sirven de base para sus informes semestrales *World Economic Outlook*. Los valores tomados por el MEP para cada tipo de cambio corresponden al promedio simple de los valores proyectados, para cada trimestre, por las dos fuentes mencionadas.

Para proyectar el tipo de cambio cruzado euro/dólar de largo plazo a partir del momento en que no hay pronósticos disponibles (más de cinco años hacia delante) se utilizan los valores negociados en contratos *forward* sobre esta divisa, a los diversos plazos disponibles (con un máximo de diez años). No se dispone

de este tipo de valores de referencia para la divisa brasileña más allá de los cinco años vista.

Finalmente, para el período restante hasta completar veinticinco años hacia delante, se supone que los respectivos tipos de cambio reales bilaterales versus el dólar se mantienen constantes en la paridades reales dadas por el último valor proyectado a partir de los datos mencionados más arriba.

c) Tasa de interés internacional

La tasa de interés internacional utilizada por el MEP es la Libor a 3 meses en dólares. Los pronósticos para esta variable se obtienen de dos fuentes. La primera es *JP Morgan*, a través de su informe *US Weekly Prospects* (semanal). Éste provee pronósticos para el trimestre corriente y los cuatro/cinco siguientes.

La segunda fuente es el FMI, a partir de la base de datos mencionada en la sección de tipos de cambio cruzados. Esta provee pronósticos trimestrales de Libor a 6 meses para los próximos cinco años, que es llevada a una tasa nominal anual a 3 meses mediante la transformación correspondiente.

Más allá de ese horizonte y hasta completar el período relevante (veinticinco años) se supone que la tasa nominal converge (en forma suave), en un año, hacia el valor compatible con una tasa de interés real de 2.5% anual, dada la proyección de inflación para Estados Unidos en cada período. Este valor para la tasa real es el que se supone de estado estacionario, y se calculó como el promedio de la tasa Libor real a 3 meses observada durante el período.

REFERENCIAS

- Aguirre, H., T. Burdisso y F. Grillo (2006), "Hacia una estimación de la demanda de dinero con fines de pronóstico: Argentina, 1993-2005", *Ensayos Económicos*, n° 45, octubre, pp. 7-45.
- Arreaza, A., E. Blanco y M. Dorta (2003), *A small scale macroeconomic model for Venezuela*, Banco Central de Venezuela, Oficina de Investigaciones Económicas (Serie Documentos de Trabajo, n° 43).
- Banco Central de Chile (2003), *Modelos macroeconómicos y proyecciones del Banco Central de Chile*.
- Banco de Inglaterra (1999), *Economic Models at the Bank of England*.

- Berg, A., P. Karam y D. Laxton (2006), *A Practical Model-Based Approach to Monetary Policy Analysis. Overview*, FMI (Working Paper, WP/06/80).
- Calvo, G. (1983), “Staggered Contracts in a Utility Maximizing Framework”, *Journal of Monetary Economics*, vol. 12, septiembre, pp. 383-98.
- Elosegui, P., L. Garegnani, L. Lanteri, F. Lepone y J. M. Sotes Paladino, (2006) “Estimaciones Alternativas de la Brecha del Producto de la Economía Argentina”, *Ensayos Económicos*, n° 45, octubre, pp. 95-119.
- Escudé, G. J. (2006), *Alternative Monetary Regimes in a DSGE Model of a Small Open economy with sticky Prices and Wages*, BCRA (Documento de Trabajo, n° 11).
- Favero, C. (2001), *Applied Macroeconometrics*, Oxford University Press.
- Hansen, L. P. (1982), “Large Sample Properties of Generalized Method of Moments Estimators”, *Econometrica*, vol. 50, n° 4, pp. 1029-54.
- Hayashi, F. (2000), *Econometrics*, Princeton University Press.
- Price, L. (1996), *Economic Analysis in a Central Bank - Models Versus Judgment*, Centro de Estudios de Banca Central, Banco de Inglaterra (serie Handbooks in Central Banking, n° 3); versión en español: *El análisis económico en un banco central: modelos versus criterio personal*, CEMLA, México, 1997 (serie Ensayos, n° 53, pp. 1-18).
- Polovnov, Y., y S. Nikolaychuk (2006), *Modeling of Transition from Exchange Rate Peg to Inflation Targeting Regime: Case of Ukraine*, National Bank of Ukraine.
- Roberts, J. (1995), “New Keynesian Economics and the Phillips Curve”, *Journal of Money, Credit and Banking*, vol. 27, n° 4, noviembre.
- Schmidt, R., y T. Wollmershäuser, (2004), *Sterilized Foreign Exchange Market Interventions in a Chartist-Fundamentalist Exchange Rate Model*, Wirtschaftswissenschaftliche Fakultät, marzo (Würzburg Economic Papers, n° 50),
- Taylor, J. (1979), “Staggered Contracts in a Macro Model”, *American Economic Review*, vol. 69, mayo, pp. 108-13.
- Taylor, J. (1980), “Output and Price Stability: An International Comparison”, *Journal of Economics Dynamics and Control*, vol. 2, febrero, pp. 109-32.

Mauricio Larrain

Inflation compensation and inflation expectations in Chile

I. INTRODUCTION

Inflation expectations of market participants are of particular interest to central banks. Having an accurate measure of market inflation expectations helps the monetary authority assess its effectiveness in controlling inflation, as well as its credibility among market participants.

There is no single measure for evaluating inflation expectations. Rather, they are obtained using different methods, which typically provide a range of results. One commonly used measure of expected inflation corresponds to forecasts based on survey responses. However, surveys only cover a very small portion of the population, they are updated infrequently, and may not be completely reliable if respondents answer questions casually instead of giving their best efforts.

An alternative source of information about inflation expectations is available directly from financial-market data. In particular,

This paper was written while M. Larrain was affiliated with the Central Bank of Chile. The author thanks Fernando Parro, Klaus Schmidt-Hebbel, Rodrigo Valdés, and participants at LACEA's 11th annual meeting (Mexico City, Mexico) for helpful comments and suggestions. E-mail: (mlarrain@econ.berkeley.edu).

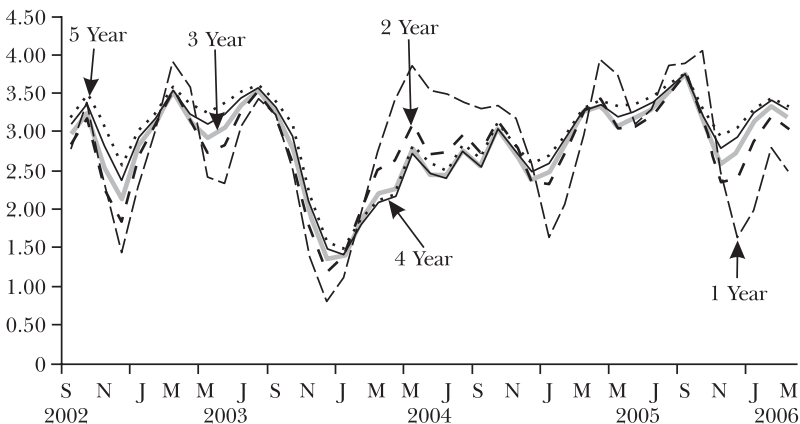
the differential between the yields of nominal and inflation-linked bonds, known as inflation compensation, can be used to obtain information regarding expected inflation. The yield on a nominal bond must compensate its holder for the expected depreciation of the purchasing power of money over the life of the bond. In contrast, inflation-linked bond holders demand no such compensation since the payoff of the bond is indexed to inflation. Hence, the difference between both yields should reveal inflation expected by market participants.

Inflation-compensation measures have the appeal of being based on investment decisions of a large number of agents who put their own resources on the line when making such decisions. Furthermore, this information is available with very high frequency. The drawback is that the yield differential might contain additional information besides expected inflation. Specifically, the differential might also contain an inflation risk premium, since risk-averse investors dislike inflation uncertainty, and a liquidity premium, due to the liquidity difference between the two kinds of bonds. These premiums make inferring expected inflation from inflation compensation difficult.

Figure I depicts the evolution of inflation compensation for different maturities in Chile during the period 2002-2006.

There have been times when inflation compensation has coincided with the Central Bank's inflation target of 3%, while at other times there have been significant differences. Two questions

FIGURE I. INFLATION COMPENSATION FOR DIFFERENT MATURITIES IN CHILE, 2002-2006 (in %)



NOTE: The figure depicts the monthly evolution of inflation compensation (defined as the differential between the yield of a nominal bond and an inflation-linked bond) for maturities from one to five years, during the period September 2002-March 2006.

arise from observing the figure. One refers to the level of inflation compensation. If we observe, for example, that in June 2005 the one-year inflation compensation equals 3.1%, does this mean that expected inflation is also 3.1%, or is expected inflation anchored to the target and there are premiums of 10 basis points? The other question is about the variation of inflation compensation. Between June and July 2005, inflation compensation increased by 20 basis points. Is this movement associated to a 20-basis-point increase in expected inflation or to a 20-basis-point increase in premiums?

Identifying the level and volatility of the premium allows us to develop a much clearer view of how markets see expected inflation. If the premiums are different from zero, they will shift the level of inflation compensation away from “true” inflation expectations. But if they are relatively constant through time, inflation compensation will still be a useful indicator since changes in inflation compensation can be attributed exclusively to changes in expected inflation.

In response to the above questions, the literature has followed two strands of research. The first one is concerned with estimating the levels of the premiums. A first group of papers (Shen, 1998) estimates the premiums (inflation risk and liquidity) residually as the difference between inflation compensation and expected future inflation based on survey data. A second group of papers estimates directly the time-varying inflation risk premium within the context of general equilibrium consumption-based asset-pricing models. Some of these papers work with data for the US [Evans and Wachtel (1992); Sarte (1998); Ang and Bekaert (2005); Buraschi and Jiltsov (2005)], while others work with UK data [Evans (1998); Risa (2001); Evans (2003)]. With respect to the liquidity premium, to the best of our knowledge there has not been a direct estimation of it. The second strand of the literature studies the variation of the premiums. Based on the present discounted value model developed by Campbell and Ammer (1993), Barr and Pesaran (1997) assess whether unexpected inflation-compensation returns in the UK are associated to news about future expected inflation or to future premiums.

In contrast to the number of studies for the US and the UK, only limited evidence exists for developing countries. Kandel *et al.* (1996) and Balsam *et al.* (1998) calibrate a consumption-based asset-pricing model and estimate the inflation risk premium for Israel. For the Chilean case, this line of research has remained largely unexplored. The only study addressing these

issues is the recent work by Jervis (2006). In the paper, the author follows the methodology of Shen (1998) and estimates the premiums residually using data of inflation compensation and survey data for expected inflation. The inconvenience of this approach is that it relies on survey data as a trustworthy measure of expected inflation, which, as explained above, may be questionable.

The purpose of this paper is to further study the relationship between inflation compensation and inflation expectations in Chile. In particular, we investigate whether inflation compensation provides a reliable source of information about inflation expectations in Chile. First, we use the present discounted value approach of Barr and Pesaran (1997) to decompose unanticipated inflation-compensation returns into news about expected inflation and premiums. Second, we use a simple general equilibrium asset pricing model, like in Evans and Wachtel (1992) and Shen (1998), to estimate a time-varying inflation risk premium.

Our results indicate, on the one hand, that between 40% and 65% of the variance of unexpected inflation-compensation returns are due to revisions in premiums and only from 21% to 25% to revisions in expected inflation. Thus, it seems that the differential between nominal and indexed yields is not a reliable source of information about the way in which expectations of inflation change. On the other hand, the inflation risk premium estimated under the general equilibrium context seems to be insignificant. It is time-varying but its average size and volatility are very close to zero. Even though we do not have a direct measure of the liquidity premium, our results suggest that liquidity-premium variations could be a very important force behind inflation-compensation movements.

The rest of the paper is organized as follows. Section II presents the general framework used in the study. Section III shows the variance decomposition of unexpected inflation-compensation returns based on the present discounted value methodology. Section IV estimates the inflation risk premium using a general equilibrium asset-pricing model, and section V concludes.

II. THE GENERAL FRAMEWORK

This section studies the basic framework used to understand the relationship between nominal yields, inflation-linked yields, and expected inflation.

Let $i_{n,t}$ denote the annualized gross yield of an n -period nominal discount bond observed in period t . Such asset pays $i_{n,t}$ units of money n periods ahead. Let p_t denote the price level in period t . The average annualized gross inflation rate between periods t and $t+n$ is defined as π_{t+n} , where $\pi_{t+n} = (p_{t+n}/p_t)^{1/n}$. The real payoff of this bond is $i_{n,t}/\pi_{t+n}$. Since inflation is stochastic, the real payoff is also stochastic and varies inversely with inflation.

Inflation-linked bonds, on the other hand, compensate their holders against inflation. Let $r_{n,t}$ denote the annualized gross yield of an n -period inflation-linked discount bond. This bond pays the nominal amount of $r_{n,t} \times \pi_{t+n}$ at maturity, which in real terms equals $r_{n,t}$. The real payoff of the bond is not stochastic and, therefore, the bond provides full compensation for price changes throughout the period in which the bond is held.

The Fisher hypothesis relates the variables described above. Since investors will always purchase the bond with higher expected real yield, bond prices should adjust in such a way that both nominal and indexed bonds end up with the same expected real yield.

The Fisher hypothesis holds only under restrictive conditions. Specifically, it assumes that market participants are risk-neutral and that markets are complete. When either of these conditions fails to hold, the Fisher equation must be adjusted.

The first adjustment arises when agents are risk averse. As described above, the real payoff of a nominal bond declines when inflation increases, because the nominal value of the payoff is fixed when the bond is issued. Thus, real returns on nominal bonds move inversely with the actual rate of inflation during the life of the security. Since risk-averse investors dislike uncertainty, they will require compensation for holding the bond.¹ As a result, the nominal bond will have to carry a higher expected real return than the indexed bond in order to be equally attractive to investors. The extra expected real return is called inflation risk premium.

The second adjustment appears under market incompleteness. When markets are incomplete, demand and supply of bonds affect security prices. Investors will demand compensation for holding the bonds that are less traded, since they may not be able to sell them quickly or will have to sell them at unfavorable prices. In Chile, in contrast to the US, the market for

¹ Strictly speaking, investors dislike asset uncertainty that increases the volatility of their consumption path.

indexed bonds is more liquid than the market for nominal bonds.² As a result, part of the nominal yield should include an extra return, which is called liquidity premium.

In the more realistic world, inflation compensation is no longer an accurate measure of expected inflation. The yield spread now equals expected inflation plus the sum of the inflation risk and the liquidity premium. That is:

$$(1) \quad \ln i_{n,t} - \ln r_{n,t} = \ln E_t[\pi_{t+n}] + (\Theta_{n,t} + \Phi_{n,t})$$

where $\Theta_{n,t}$ stands for the inflation risk premium and $\Phi_{n,t}$ for the liquidity premium. In this world, inflation compensation can be higher or lower than the level of expected inflation, depending on the sign of the premiums. However, if both premiums are roughly constant, changes in the yield spread might still be an accurate measure of changes in expected inflation.

Finally, it is important to note that, in real life, indexed bonds are not exactly equivalent to true real bonds. The difference arises from indexation lags. The period over which indexation is calculated usually ends before the bond is paid. Thus, any inflation after the end of the indexation period and before the payment reduces the real value of the payoff. This gives origin to a third premium, known as the indexation-lag risk premium. The indexation lag in some countries is large, like for example 8 months in UK, which translates into a considerable indexation-lag premium (Evans, 1998). In Chile, however, the indexation lag is only one month. Chumacero (2002) proves that the difference in the yield of an inflation-linked and a true real bond in Chile vanishes as the maturity of the instrument increases. Jervis (2006) suggests that the difference is negligible for maturities over one year. Thus, in this paper we abstract from the indexation-lag premium.

III. VARIANCE DECOMPOSITION

In this section, we measure the extent to which variations in unexpected inflation- compensation returns are due to changing inflation expectations, as opposed to changes in inflation risk and liquidity premiums. In particular, we follow Barr and Pesaran (1997) and use the present discounted value methodology of Campbell and Ammer (1993) to decompose inflation-

² Nominal debt consists in only 25%, approximately, of the total outstanding debt of the Central Bank of Chile at the beginning of 2006.

compensation returns into news about expected inflation rates and news about premiums.

1. Present discounted value approach

The analysis uses the present-discounted-value model to provide a structure within which news about expected inflation compete with news about premiums to explain unexpected inflation-compensation returns. These two sources of variation are treated separately by using a vector autoregression (VAR) to generate the forecast revisions that constitute news. We briefly summarize the methodology below.

We start by defining holding-period returns. Let the log of the one-period return on an n -period nominal bond be defined as:

$$(2) \quad \ln h_{n,t+1}^i = n \ln i_{n,t} - (n-1) \ln i_{n-1,t+1}$$

Equation (2) can be solved forward to the maturity date of the bond, using the fact that at this date the gross yield equals 1 so its log yield is 0. After taking expectations conditional on time t information, we obtain:

$$(3) \quad \ln i_{n,t} = \frac{1}{n} E_t \sum_{\tau=0}^{n-1} \ln h_{n-\tau,t+1+\tau}^i$$

If we insert equation (3) into equation (2), we can express the innovation of the one-period return as a function of news of future bond returns:

$$(4) \quad \ln h_{n,t+1}^i - E_t[\ln h_{n,t+1}^i] = -(E_{t+1} - E_t) \sum_{\tau=1}^{n-1} \ln h_{n-\tau,t+1+\tau}^i$$

This equation expresses the fact that bond returns are certain at maturity date, so unexpected negative returns today will necessarily be offset by increases in returns tomorrow. By defining the one-period real excess return of the nominal bond as $\ln x_{n,t+1}^i = \ln h_{n,t+1}^i - \ln \pi_{t+1} - \ln r_{1,t}$, we can rewrite equation (4) in terms of excess returns:

$$(5) \quad \ln x_{n,t+1}^i - E_t[\ln x_{n,t+1}^i] = -(E_{t+1} - E_t) \left[\sum_{\tau=1}^{n-1} \ln \pi_{t+1+\tau} + \sum_{\tau=1}^{n-1} \ln r_{1,t+\tau} + \sum_{\tau=1}^{n-1} \ln x_{n,t+1+\tau}^i \right]$$

To simplify notation, we define $\hat{x}_{n,t+1}^i$ as the unexpected component of the nominal excess return, $\hat{x}_{n,t+1}^i(\pi)$ as the term that represents news about inflation rates, $\hat{x}_{n,t+1}^i(r)$ as the term that

represents news about interest rates, and $\hat{x}_{n,t+1}^i(x)$ as the term representing news about future excess returns. Then equation (5) can be rewritten as:

$$(6) \quad \hat{x}_{n,t+1}^i = -\hat{x}_{n,t+1}(\pi) - \hat{x}_{n,t+1}(r) - \hat{x}_{n,t+1}^i(x)$$

Equation (6) states that unexpected nominal bond returns must be associated with decreases in expected inflation rates over the life of the bond, with decreases in future real interest rates, or with decreases in future excess bond returns.

Analogous results apply to inflation-linked bonds. By defining the log of the one-period return on an n -period indexed bond as $\ln h_{n,t+1}^r$, we can express the one-period return innovation as a function of news of future bond returns:

$$(7) \quad \ln h_{n,t+1}^r - E_t[\ln h_{n,t+1}^r] = -(E_{t+1} - E_t) \sum_{\tau=1}^{n-1} \ln h_{n-\tau,t+1+\tau}^r$$

After defining the one-period excess return of the inflation-linked bond as $\ln x_{n,t+1}^r = \ln h_{n,t+1}^r - \ln r_{1,t}$, we can rewrite equation (7) as:

$$(8) \quad \ln x_{n,t+1}^r - E_t[\ln x_{n,t+1}^r] = -(E_{t+1} - E_t) \left[\sum_{\tau=1}^{n-1} \ln r_{1,t+\tau} + \sum_{\tau=1}^{n-1} \ln x_{t+1+\tau}^r \right]$$

Or in more compact form:

$$(9) \quad \hat{x}_{n,t+1}^r = -\hat{x}_{n,t+1}^r(r) - \hat{x}_{n,t+1}^r(x)$$

The difference between equations (6) and (9) is that inflation news does not appear in the latter. Since the indexed bond protects itself against inflation, unexpected movements in inflation do not affect its return. Subtracting (9) from (6) we get:

$$(10) \quad \hat{x}_{n,t+1}^c = -\hat{x}_{n,t+1}(\pi) - \hat{x}_{n,t+1}(x)$$

where $\hat{x}_{n,t+1}^c = \hat{x}_{n,t+1}^i - \hat{x}_{n,t+1}^r$ indicates unexpected inflation-compensation returns (i.e. the unforeseen excess return of a long position on a nominal bond and a short position on an inflation-linked bond) and $\hat{x}_{n,t+1}^c(x) = \hat{x}_{n,t+1}^i(x) - \hat{x}_{n,t+1}^r(x)$ indicates news about future relative premiums (i.e. inflation risk and liquidity premiums). News about future real interest rates do not appear in the equation because they cancel out. Therefore, unexpected inflation-compensation returns must be associated with either decreases in expected inflation rates or decreases in future premiums.

Based on equation (10), we are able to quantify the relative importance of the different components of inflation-compensation returns. In particular, (10) implies that the variance of the unexpected inflation-compensation returns can be written as:

$$(11) \quad \text{var}(\hat{x}_{n,t+1}^c) = \text{var}[\hat{x}_{n,t+1}(\pi)] + \text{var}[\hat{x}_{n,t+1}^c(x)] + 2\text{cov}[\hat{x}_{n,t+1}(\pi), \hat{x}_{n,t+1}^c(x)]$$

The variance decomposition of (11) separates movements in surprise inflation compensation returns into two components: *i*) news about expected inflation, and *ii*) news about premiums.

Since revisions in expectations are not directly observable, they need to be estimated. Campbell and Ammer (1993) and Barr and Pesaran (1997) assume that the expectations can be proxied by forecasts based on a VAR that incorporates a range of financial variables, and that the agents' set of information is reflected in these variables. The VAR approach begins by defining a state vector \mathbf{w} that contains the one-period inflation-compensation return, the one-period inflation rate and other variables (described below) that help forecasting excess returns. Next, the state vector is assumed to follow a p -order VAR process:

$$(12) \quad \mathbf{w}_{t+1} = A(L)\mathbf{w}_{t+1} + \varepsilon_{t+1}$$

where $A(L)$ is a lag polynomial of order p and ε_{t+1} is a vector of white-noise errors. To obtain estimates of revisions to expectations, we use the fact that:

$$(13) \quad (\mathbf{E}_{t+1} - \mathbf{E}_t)\mathbf{w}_{t+1+\tau} = A(L)^\tau \varepsilon_{t+1}$$

We obtain revisions to expectations of future inflation rates and current inflation-compensation returns by direct forecasting, leaving the revision of future premiums as the residual of equation (10) after substitution of the VAR-generated series.³

2. Data

Our sample is monthly and runs from September, 2002 to March, 2006. The size of the sample is limited by the fact that the Central Bank of Chile began issuing nominal bonds only in late 2002. The market for nominal debt is less liquid than the market for inflation-linked debt. In the beginning of 2006 the

³ This choice of residual is forced since the sequence of excess returns on the bond as its maturity falls cannot be measured directly.

stock of the Central Bank's nominal debt was 3.15 billion of US dollars, corresponding to roughly 25% of the total outstanding debt.

Interest rates considered in this section include the yields of nominal and inflation-linked discount bonds with maturities from one through five years. The data for the nominal and inflation-linked yield curves was provided by *Riskamerica*, which computes the term structures with a dynamic model estimated from incomplete panel data. The term structure of inflation compensation is obtained by subtracting the log of the inflation-linked (gross) yield curve from the log of the nominal (gross) yield curve.

Figure I, already shown in the introduction, depicts the evolution of inflation compensations with maturities from one to five years, during our sample period. According to the figure, the term structure of inflation compensation is upward-sloping in some occasions and downward-sloping in others. The figure also shows that inflation compensations of different maturities are highly correlated and move in tandem.

Table 1 reports some summary statistics for inflation compensations of different maturities.

TABLE 1. DESCRIPTIVE STATISTICS FOR INFLATION COMPENSATION OF DIFFERENT MATURITIES (in %)

<i>Maturity in years (n)</i>	<i>Mean</i>	<i>Std dev</i>	<i>Max</i>	<i>Min</i>	<i>Persistence</i>
1	2.78	0.82	3.95	0.77	0.54
2	2.72	0.54	3.66	1.14	0.32
3	2.73	0.53	3.64	1.30	0.00
4	2.79	0.53	3.64	1.36	-0.14
5	2.87	0.52	3.63	1.43	-0.18

NOTE: This table reports descriptive statistics for monthly observations of inflation compensation for maturities from one to five years, for the period September, 2002 to March, 2006. All variables are expressed in percent per year. Persistence denotes the 12-month autocorrelation coefficient.

According to the table, average inflation compensation for different maturities is around 13 to 28 basis points below the Central Bank's inflation target of 3%. The table also shows that inflation compensation is very volatile, with standard deviation as a fraction of the mean ranging from 18 to 30%. The high range also confirms this result. Finally, the autocorrelation of inflation compensation decreases with maturity. In fact, inflation compensations for maturities up to 3 years are positively

serially autocorrelated, and negatively autocorrelated beyond, indicating the presence of mean reversion.

In order to estimate the VAR in equation (12) the state vector must include at least the one-period inflation-compensation return and the one-period inflation rate. In addition, we include a set of variables that have shown to forecast excess returns [Campbell and Ammer (1993); Barr and Pesaran (1997)]. These variables include the long-short nominal yield spread, the long-short indexed yield spread, the long nominal yield, and the long indexed yield. Thus, the state vector equals:

$$(14) \quad \mathbf{w}_t = [\hat{x}_{n,t+1}^c; \ln \pi_{t+1}; \ln i_{n,t} - \ln i_{1,t}; \ln r_{n,t} - \ln r_{1,t}; \ln i_{n,t}; \ln r_{n,t}]$$

Throughout the paper, n will denote the number of years.

3. Results

We estimate a first-order VAR including the six variables described above, to obtain revisions of expected future inflation rates, unexpected contemporaneous inflation-compensation returns, and future premiums. Since the number of variables in the VAR increases very rapidly with lag length, and our sample size is already small, we choose a parsimonious first-order VAR to preserve degrees of freedom.

Table 2 reports the matrix of estimated first-order VAR coefficients, their standard deviations, and the R^2 of each equation. The VAR is estimated separately for maturities of two to five years.

The VAR produces quite reasonable forecasting power as measured by R^2 . After including other variables in the VAR (such as survey-based inflation expectations), the results remain practically unchanged.⁴

Using the coefficients of the estimated VAR, we decompose unforeseen inflation-compensation returns into news about inflation rates and premiums (table 3). The variances and covariances of the different components of the relative return are normalized by the variance of the return innovation itself so the numbers reported are shares adding up to one.

According to the table, revisions to future inflation are not the dominant factor in explaining inflation-compensation returns. Revisions to expected future inflation explain only from 22% to 25% of the variance of unexpected relative returns. The

⁴ The results of these estimations are available upon request.

TABLE 2. VAR COEFFICIENTS ESTIMATES FOR THE VARIANCE DECOMPOSITION

	$x_{n,t}$	$\ln \pi_{n,t}$	$(\ln \hat{i}_{n,t-1} - \ln \hat{i}_{1,t-1})$	$(\ln r_{n,t-1} - \ln r_{1,t-1})$	$\ln i_{n,t-1}$	$\ln r_{n,t-1}$	R^2
VAR estimates for $n = 2$							
$x_{n,t+1}$	0.83 (0.25)	0.45 (0.40)	4.02 (1.49)	0.52 (0.39)	-0.57 (0.53)	1.32 (0.39)	0.90 -
$\ln \pi_{n,t+1}$	-0.12 (0.16)	0.58 (0.25)	-1.42 (0.93)	-0.05 (0.24)	0.30 (0.33)	-0.33 (0.24)	0.92 -
$\ln \hat{i}_{n,t} - \ln \hat{i}_{1,t}$	0.00 (0.02)	-0.04 (0.03)	0.66 (0.11)	0.02 (0.03)	-0.02 (0.04)	0.00 (0.03)	0.95 -
$\ln r_{n,t} - \ln r_{1,t}$	0.05 (0.10)	-0.11 (0.15)	-0.82 (0.57)	0.30 (0.15)	0.19 (0.21)	-0.70 (0.15)	0.86 -
$\ln \hat{i}_{n,t}$	0.05 (0.05)	0.15 (0.09)	-1.28 (0.33)	0.08 (0.08)	0.84 (0.12)	-0.27 (0.09)	0.98 -
$\ln r_{n,t}$	0.00 (0.12)	0.11 (0.20)	0.53 (0.74)	0.28 (0.19)	0.37 (0.27)	0.74 (0.19)	0.87 -
VAR estimates for $n = 3$							
$x_{n,t+1}$	0.92 (0.23)	0.45 (0.58)	2.30 (1.34)	-0.10 (0.45)	0.21 (0.90)	0.62 (0.88)	0.86 -
$\ln \pi_{n,t+1}$	-0.03 (0.09)	0.67 (0.21)	-0.82 (0.50)	0.11 (0.17)	0.35 (0.33)	-0.41 (0.33)	0.92 -
$\ln \hat{i}_{n,t} - \ln \hat{i}_{1,t}$	0.00 (0.02)	-0.08 (0.05)	0.68 (0.11)	0.04 (0.04)	-0.04 (0.07)	0.04 (0.07)	0.96 -
$\ln r_{n,t} - \ln r_{1,t}$	0.08 (0.07)	-0.15 (0.17)	-0.20 (0.40)	0.37 (0.13)	0.10 (0.27)	-0.97 (0.26)	0.89 -
$\ln \hat{i}_{n,t}$	0.02 (0.03)	0.09 (0.08)	-0.64 (0.19)	0.10 (0.06)	0.81 (0.13)	-0.27 (0.13)	0.96 -
$\ln r_{n,t}$	0.04 (0.06)	0.09 (0.15)	-0.04 (0.35)	0.14 (0.12)	0.36 (0.24)	0.59 (0.23)	0.75 -
VAR estimates for $n = 4$							
$x_{n,t+1}$	0.95 (0.22)	0.38 (0.76)	1.72 (1.43)	-0.31 (0.62)	0.67 (1.22)	0.33 (1.36)	0.87 -
$\ln \pi_{n,t+1}$	0.00 (0.06)	0.69 (0.20)	-0.59 (0.39)	0.10 (0.17)	0.39 (0.33)	-0.53 (0.37)	0.92 -
$\ln \hat{i}_{n,t} - \ln \hat{i}_{1,t}$	-0.01 (0.02)	-0.12 (0.06)	0.65 (0.12)	0.07 (0.05)	-0.07 (0.10)	0.13 (0.11)	0.96 -
$\ln r_{n,t} - \ln r_{1,t}$	0.07 (0.05)	-0.22 (0.19)	0.14 (0.35)	0.40 (0.15)	-0.01 (0.30)	-0.99 (0.34)	0.91 -
$\ln \hat{i}_{n,t}$	0.01 (0.03)	0.04 (0.09)	-0.45 (0.17)	0.13 (0.07)	0.78 (0.14)	-0.19 (0.16)	0.91 -

TABLE 2 (continued)

	$x_{n,t}$	$\ln \pi_{n,t}$	$(\ln i_{n,t-1} - \ln i_{1,t-1})$	$(\ln r_{n,t-1} - \ln r_{1,t-1})$	$\ln i_{n,t-1}$	$\ln r_{n,t-1}$	R^2
VAR estimates for $n = 4$							
$\ln r_{n,t}$	0.03 (0.04)	0.05 (0.13)	-0.11 (0.25)	0.09 (0.11)	0.31 (0.21)	0.60 (0.23)	0.66 -
VAR estimates for $n = 5$							
$x_{n,t+1}$	0.95 (0.21)	0.30 (0.92)	1.36 (1.61)	-0.43 (0.77)	1.04 (1.50)	0.33 (1.75)	0.88 -
$\ln \pi_{n,t+1}$	0.01 (0.05)	0.69 (0.20)	-0.44 (0.35)	0.08 (0.17)	0.42 (0.33)	-0.64 (0.38)	0.92 -
$\ln i_{n,t} - \ln i_{1,t}$	-0.01 (0.02)	-0.15 (0.07)	0.60 (0.13)	0.11 (0.06)	-0.10 (0.12)	0.24 (0.14)	0.96 -
$\ln r_{n,t} - \ln r_{1,t}$	0.05 (0.05)	-0.27 (0.20)	0.29 (0.35)	0.44 (0.17)	-0.11 (0.33)	-0.87 (0.38)	0.91 -
$\ln i_{n,t}$	0.00 (0.02)	0.00 (0.10)	-0.40 (0.17)	0.17 (0.08)	0.74 (0.16)	-0.09 (0.19)	0.82 -
$\ln r_{n,t}$	0.03 (0.03)	0.03 (0.12)	-0.15 (0.21)	0.08 (0.10)	0.26 (0.19)	0.65 (0.22)	0.70 -

NOTE: This table reports coefficient estimates and their standard deviations (in parenthesis) for a monthly one-lag VAR that includes the inflation-compensation return, one-year inflation rate, long-short nominal yield spread, long-short indexed yield spread, long nominal yield, and long indexed yield, for the period September, 2002 to March, 2006. The VAR is estimated separately for maturities from two to five years.

TABLE 3. VARIANCE DECOMPOSITION FOR INNOVATIONS IN INFLATION-COMPENSATION RETURNS OF DIFFERENT MATURITIES (in %)

Maturity in years (n)	Share in $\text{var}(\hat{x}_{n,t+1}^c)$ of		
	$\text{var}[\hat{x}_{n,t+1}(\pi)]$	$\text{var}[\hat{x}_{n,t+1}(x)]$	$2\text{cov}[\hat{x}_{n,t+1}(\pi), \hat{x}_{n,t+1}(x)]$
2	23.91	39.42	36.67
3	25.40	54.84	19.77
4	23.74	65.39	10.86
5	21.49	66.35	12.15

NOTE: This table is based on the VAR presented in table 2. The VAR is used to calculate the components of the unexpected inflation-compensation return. The table reports the variances and covariances of these components, divided by the variance of the inflation-compensation return, so that the number reported sum up to 100%.

remaining 75% to 78% is explained by revisions to future premiums and to their positive correlation with inflation news. The important role played by premium news suggests that movements

in inflation compensations cannot be used as accurate measures of movements in expected inflation.

IV. INFLATION RISK PREMIUM

This section estimates the level of the inflation risk premium. Specifically, we use a simple general equilibrium consumption-based asset-pricing model as in Evans and Watchel (1992) and Sarte (1998) to estimate a time-varying inflation premium that will depend on the covariance between consumption growth and inflation. Although this framework has been proved to perform poorly in the US economy, primarily due to the lack of variability of the stochastic discount factor (Cochrane and Hansen, 1992) we are more confident in using it considering the relatively high volatility of Chile's economy.

1. Methodology

Consider the standard intertemporal optimization problem facing a representative agent in an endowment economy with money (Lucas, 1980). We can write the maximization problem for the agent as:

$$(15) \quad \max E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\frac{c_t^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma} \right]$$

where c_t denotes real consumption of the single good, $0 < \beta < 1$ is the subjective discount factor, and γ is the coefficient of relative risk aversion.

We denote with $b_{n,t}^i$ the demand for the n -period discount nominal bond at period t and with $b_{n,t}^r$ the demand for the n -period discount indexed bond. The optimization problem will be subject to the following budget constraint for each period:

$$(16) \quad y_t + \sum_{n=1}^{\infty} r_{n,t-n}^n \frac{b_{n,t-n}^i}{p_t} + \sum_{n=1}^{\infty} r_{n,t-n}^n b_{n,t-n}^r + \frac{m_{t-1}}{p_t} \geq c_t + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_{n,t}^i}{p_t} + \sum_{n=1}^{\infty} b_{n,t}^r + \frac{m_t}{p_t}$$

Here y_t is the agent's endowment and m_t stands for the demand for money balances.⁵ The first-order conditions of the problem are given by:

⁵ We assume that a cash-in-advance constraint induces agents to hold money.

$$(17) \quad i_{n,t}^{-n} = E_t[\beta^n (c_{t+n}/c_t)^{-\gamma} (p_{t+n}/p_t)^{-1}]$$

$$(18) \quad r_{n,t}^{-n} = E_t[\beta^n (c_{t+n}/c_t)^{-\gamma}]$$

The term $\beta^n (c_{t+n}/c_t)^{-\gamma}$ represents the real stochastic discount factor or pricing kernel, and will be denoted by s_{t+n}^n . If we decompose equation (17) using the property that for any two random variables x and y , $E[xy] = E[x]E[y] + \text{cov}(x, y)$, and we insert equation (18) into the resulting expression, we get the following equation:

$$(19) \quad i_{n,t}^{-n} = r_{n,t}^{-n} E_t[\pi_{t+n}^{-n}] + \text{cov}_t [s_{t+n}^n, \pi_{t+n}^{-n}]$$

If we disregard the Jensen's inequality term and assume that $E_t[\pi_{t+n}^{-1}] = E_t[\pi_{t+n}]^{-1}$ and then factorize, we get:

$$(20) \quad i_{n,t}^{-n} = r_{n,t}^{-n} E_t[\pi_{t+n}^{-n}]^{-1} \left\langle 1 + \frac{\text{cov}_t [s_{t+n}^n, \pi_{t+n}^{-n}]}{E_t[s_{t+n}^n] E_t[\pi_{t+n}^{-n}]} \right\rangle$$

After applying logs and rearranging terms, we finally get:

$$(21) \quad \ln i_{n,t} - \ln r_{n,t} = \ln E_t[\pi_{t+n}] + \Theta_{n,t}$$

where the risk premium $\Theta_{n,t}$ is defined by:

$$(22) \quad \Theta_{n,t} = -\frac{1}{n} \ln \left\langle 1 + \frac{\text{cov}_t [s_{t+n}^n, \pi_{t+n}^{-n}]}{E_t[s_{t+n}^n] E_t[\pi_{t+n}^{-n}]} \right\rangle$$

Equation (21) is a generalized version of the Fisher equation, adjusted to include an inflation risk premium. The premium depends on the covariance between consumption growth and inflation. The covariance term refers to the usefulness of the nominal bond in smoothing consumption over states of nature. Suppose the covariance is negative. Then inflation will be high when consumption growth is low, and the real payoff of the bond will be low precisely when consumption is most valued. Since the nominal bond serves as a poor hedge against inflation risk, it will have to offer a higher interest rate to induce agents to hold it.

To estimate the inflation risk premium in (22), we follow the methodology described in Balsam *et al.* (1998). We assume that the rational expectations hypothesis holds, so realized values will differ from their conditional expectations by an error term that is unpredictable given the agent's information set. Therefore:

$$(23) \quad \begin{bmatrix} \varepsilon_{n,t}^s \\ \varepsilon_{n,t}^\pi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{t+n}^n - E_t[s_{t+n}^n] \\ \pi_{t+n}^{-n} - E_t[\pi_{t+n}^{-n}] \end{bmatrix}$$

Using the definition of covariance, we can rewrite the inflation premium as:

$$(24) \quad \Theta_{n,t} = -\frac{1}{n} \ln \left\langle 1 + \frac{E_t[\varepsilon_{n,t}^s \varepsilon_{n,t}^\pi]}{E_t[s_{t+n}^n] E_t[\pi_{t+n}^{-n}]} \right\rangle$$

The premium is estimated with a two-stage procedure. First, we compute the pair of innovations $\varepsilon_{n,t}^s$ and $\varepsilon_{n,t}^\pi$ from an estimated VAR(p) process for s_{t+n}^n and π_{t+n}^{-n} :

$$(25) \quad \begin{bmatrix} s_{t+n}^n \\ \pi_{t+n}^{-n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(L)s_{t+n}^n + B(L)\pi_{t+n}^{-n} \\ C(L)s_{t+n}^n + D(L)\pi_{t+n}^{-n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{n,t}^s \\ \varepsilon_{n,t}^\pi \end{bmatrix}$$

where $A(L)$, $B(L)$, $C(L)$ and $D(L)$ are lag polynomials of order p . In the second step, we generate the conditional covariation between the innovations from an estimated AR(q) process for the product of the innovations:

$$(26) \quad \varepsilon_{n,t}^s \varepsilon_{n,t}^\pi = E(L)\varepsilon_{n,t}^s \varepsilon_{n,t}^\pi + \mu_{n,t}^{s\pi}$$

where $E(L)$ is a lag polynomial of order q and $\mu_{n,t}^{s\pi}$ is a white noise error. Finally, by taking expectations of equations (25) and (26) we obtain the following expression for the risk premium:

$$(27) \quad \Theta_{n,t} = -\frac{1}{n} \ln \left\langle 1 + \frac{E(L)\varepsilon_{n,t}^s \varepsilon_{n,t}^\pi}{[A(L)s_{t+n}^n + B(L)\pi_{t+n}^{-n}][C(L)s_{t+n}^n + D(L)\pi_{t+n}^{-n}]} \right\rangle$$

2. Data

For this section we use a quarterly data set running from the first quarter of 1986 to the first quarter of 2006. The estimation of the risk premium does not require data on nominal and inflation-linked yields, which allows us to use a larger sample than in the previous section.

The price measure used is the consumer price index. Real consumption is measured a per-capita consumption expenditures on non-durables deflated by the consumer price index. Summary

TABLE 4. SUMMARY STATISTICS FOR CONSUMPTION GROWTH AND INFLATION OF DIFFERENT MATURITIES (in %)

Maturity in years (<i>n</i>)	Consumption growth				
	Mean	Std dev	Max	Min	Persistence
1	4.76	3.45	19.74	-3.16	0.13
2	4.63	2.45	12.43	-0.03	0.63
3	4.58	2.17	9.48	0.93	0.78
4	4.54	2.03	8.32	0.97	0.82
5	4.59	1.92	7.87	1.26	0.85
	Inflation				
	Mean	Std dev	Max	Min	Persistence
1	9.71	7.47	29.15	0.02	0.85
2	9.58	7.10	25.23	1.15	0.93
3	9.58	6.87	22.80	2.02	0.97
4	9.58	6.67	20.94	2.12	0.98
5	9.46	6.32	20.36	2.50	0.99

NOTE: This table reports descriptive statistics for quarterly observations of annualized consumption growth and inflation (defined as $\ln(c_{t+n}/c_t)^{1/n}$ and $\ln(p_{t+n}/p_t)^{1/n}$ respectively) for maturities from one to five years, for the period 1986:q1 to 2006:q1. All variables are expressed in percent per year. Persistence denotes the 4-quarter autocorrelation coefficient.

statistics on inflation and growth in real consumption for different maturities are presented in table 4.

Real consumption grew on average around 4.6% during the period 1986-2006. The consumer price index grew approximately 9.6% in the same period. Inflation has been more than twice as volatile as consumption growth during our sample. Inflation has also presented more persistence.

We checked the stationarity of our vector of stochastic process using a Dickey-Fuller test. We found no evidence of a unit root behavior in either of the series. However, inflation presented a deterministic trend and therefore we removed a linear trend from the series before using it in the VAR.

3. Results

We define a permissible domain for the preference parameters. Specifically, we calibrate the subjective discount factor throughout such that $\beta = 0.987$ (Cooley and Prescott, 1995). We let the CRRA coefficient vary across the values of 5, 10, 15, and 20.⁶

⁶ The values of the CRRA coefficient used in the study are stringent. The

For the first stage of the procedure, we estimate a VAR with four lags ($p=4$).⁷ The VAR is estimated separately for maturities from one to five years. Results are reported in table 5.

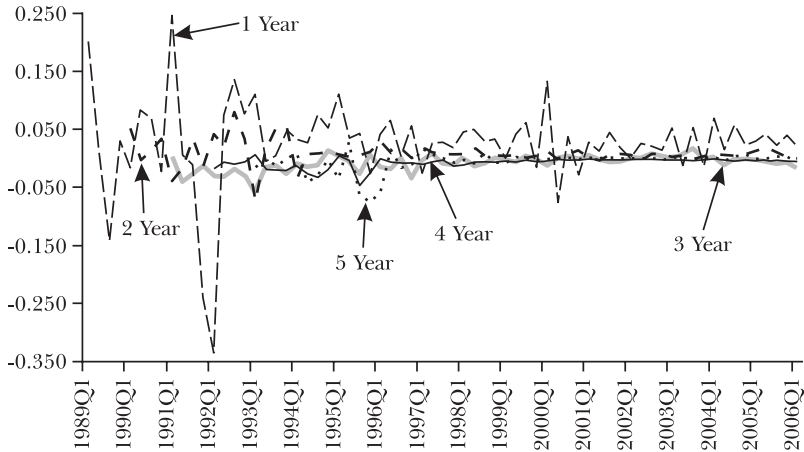
The fit of both stochastic processes seems to be satisfactory. After computing the residuals of the VAR, we estimate a fourth-order autoregression process for the product of the residuals ($q=4$) and compute the inflation risk premium.

Figure II depicts the evolution of the inflation risk premium during our sample for maturities of one year trough five years, for a CRRA coefficient of 10.

From the figure we can see that the premium is not constant over time. Even though the premium has reached values ranging from 0.25% to -0.35%, the series has been close to zero nearly all of the time. Table 6 reports summary statistics of the inflation risk premium for different maturities and different values of risk aversion.

We find that the average premium for maturities of one and two years is positive, and negative for maturities beyond. This arises from the fact that in our sample the correlation between

FIGURE II. INFLATION RISK PREMIUM FOR DIFFERENT MATURITIES IN CHILE, 1989-2006 (in %)



NOTE: The figure depicts the evolution of the quarterly inflation risk premium, generated in accordance with equation (27), for maturities from one to five years, during the period 1989:q1-2006:q1. The CRRA coefficient is assumed to take the value of 10.

highest value that Balsam *et al.* (1998) use in their calibration for Israel is 10. Furthermore, Jervis (2006) estimates a value of 3 using a GMM procedure for Chile.

⁷ This seemed to be the best lag-specification according to the Akaike information criteria.

inflation and consumption growth increases as the horizon increases. As a result, nominal bonds of longer horizons provide a better hedge against consumption fluctuations than nominal bonds of shorter horizons and therefore demand less risk compensation. Furthermore, as the CRRA coefficient increases, short-term premiums become more positive and long-term premiums become more negative. However, the absolute value of the average premium is extremely small in all cases. For example, the one-year premium ranges from 0.01% for $\gamma = 5$ to 0.09% for $\gamma = 20$. Similarly, the five-year premium ranges from -0.003% for $\gamma = 5$ to -0.015% for $\gamma = 20$. Volatility (measured by standard deviation) is also very small, ranging from 0.001% to 0.067% for the one-year premium, and from 0.000% to 0.070% for the five year premium.

Adding up, the inflation risk premium during our sample seems to have been negligible. This is true for relatively high values of risk aversion, and therefore will be even more so for the traditional values of risk aversion (below 5) used in the literature (Cooley and Prescott, 1995). The result is robust to using the same sample used in the previous section, consisting of monthly observations for the period 2002-2006.⁸ The lack of strong covariation between consumption growth and inflation during the sample period suggests that inflation risk has been low and therefore its price has also been low.

Finally, we know from the previous section that movements in premiums accounted for approximately 40% to 65% of movements in inflation-compensation returns. The premium-movements could be associated to both inflation risk and liquidity premium movements. However, recall from table 1 that the standard deviation of one-year inflation compensation was 0.82%. This figure is 12 times larger than the highest standard deviation of the one-year inflation risk premium (for $\gamma = 20$). Hence, it is unlikely that the inflation risk premium plays an important role in overall premium variation. Thus, even if we do not have a direct measure of the liquidity premium, these results suggest that liquidity-premium movements could have an important role in explaining inflation-compensation returns.

V. CONCLUDING REMARKS

The difference between the yields of nominal and inflation-linked

⁸ Results for this alternative sample are not reported for space reasons, although they are available upon request.

TABLE 5. VAR COEFFICIENT ESTIMATES FOR THE ESTIMATION OF THE INFLATION RISK PREMIUM

	$S_{t-1,t}^n$	$S_{t-2,t}^n$	$S_{t-3,t}^n$	$S_{t-4,t}^n$	$\pi_{t-1,t}^{-n}$	$\pi_{t-2,t}^{-n}$	$\pi_{t-3,t}^{-n}$	$\pi_{t-4,t}^{-n}$	R^2
VAR estimates for $n = 1$									
S_{t+1}^n	0.71 (0.12)	0.12 (0.15)	-0.12 (0.15)	-0.03 (0.12)	-2.20 (1.15)	4.61 (1.86)	-4.41 (1.90)	2.53 (1.20)	0.63 -
π_{t+1}^{-n}	0.03 (0.01)	-0.03 (0.02)	0.03 (0.02)	-0.01 (0.01)	1.34 (0.12)	-0.30 (0.20)	-0.12 (0.21)	-0.05 (0.13)	0.90 -
VAR estimates for $n = 2$									
S_{t+1}^n	0.68 (0.12)	0.22 (0.15)	-0.26 (0.14)	0.26 (0.12)	-2.37 (1.16)	3.77 (2.03)	-1.71 (2.08)	0.93 (1.25)	0.83 -
π_{t+1}^{-n}	0.01 (0.01)	0.00 (0.02)	0.01 (0.02)	-0.02 (0.01)	1.39 (0.12)	-0.39 (0.21)	0.19 (0.22)	-0.29 (0.13)	0.96 -
VAR estimates for $n = 3$									
S_{t+1}^n	0.61 (0.13)	0.18 (0.15)	-0.13 (0.14)	0.26 (0.12)	-2.56 (1.47)	3.93 (2.54)	-0.51 (2.50)	0.12 (1.43)	0.89 -

π_{t+n}^{-n}	0.00 (0.01)	-0.01 (0.01)	0.00 (0.01)	0.01 (0.01)	1.30 (0.12)	-0.40 (0.21)	0.45 (0.21)	-0.39 (0.12)	0.97 -
VAR estimates for $n = 4$									
S_{t+n}^n	0.70 (0.14)	0.19 (0.17)	-0.16 (0.16)	0.20 (0.13)	-4.02 (1.53)	4.77 (2.46)	0.22 (2.45)	0.01 (1.48)	0.93 -
π_{t+n}^{-n}	0.00 (0.01)	0.00 (0.01)	-0.01 (0.01)	0.00 (0.01)	1.02 (0.13)	-0.12 (0.20)	0.32 (0.20)	-0.25 (0.12)	0.97 -
VAR estimates for $n = 5$									
S_{t+n}^n	0.76 (0.13)	0.20 (0.17)	-0.33 (0.16)	0.32 (0.13)	-3.95 (1.96)	3.95 (3.45)	1.16 (3.45)	-0.05 (1.96)	0.95 -
π_{t+n}^{-n}	-0.01 (0.01)	0.01 (0.01)	0.00 (0.01)	0.00 (0.01)	1.42 (0.14)	-0.70 (0.25)	0.49 (0.25)	-0.25 (0.14)	0.98 -

NOTE: This table reports coefficient estimates and their standard deviations (in parenthesis) for a quarterly four-lag VAR that includes the stochastic discount factor (define as $S_{t+n}^n = \beta^n (c_{t+n}/c_t)^{\gamma}$) and the inverse of inflation, for the period 1986:q1 to 2006:q1. The VAR is estimated separately for maturities from one to five years.

TABLE 6. ESTIMATES OF INFLATION RISK PREMIUM FOR DIFFERENT MATURITIES IN CHILE (in %)

<i>Maturity in years (n)</i>	<i>Mean</i>	<i>Std dev</i>	<i>Max</i>	<i>Min</i>	<i>Persistence</i>
Results for $\gamma = 5$					
1	0.010	0.001	0.138	-0.160	0.174
2	0.004	0.000	0.026	-0.017	-0.309
3	-0.005	0.000	0.012	-0.026	-0.067
4	-0.004	0.000	0.007	-0.021	0.282
5	-0.003	0.000	0.011	-0.019	0.058
Results for $\gamma = 10$					
1	0.026	0.006	0.252	-0.337	0.138
2	0.009	0.000	0.082	-0.075	-0.061
3	-0.008	0.000	0.018	-0.059	0.332
4	-0.007	0.000	0.007	-0.047	0.427
5	-0.005	0.000	0.031	-0.074	0.225
Results for $\gamma = 15$					
1	0.051	0.016	0.373	-0.516	0.137
2	0.018	0.003	0.200	-0.252	0.065
3	-0.010	0.001	0.054	-0.147	0.701
4	-0.023	0.015	0.049	-0.923	-0.069
5	-0.014	0.070	0.943	-1.581	-0.288
Results for $\gamma = 20$					
1	0.095	0.067	1.581	-0.788	0.151
2	0.038	0.014	0.649	-0.485	0.055
3	-0.023	0.070	0.747	-1.880	-0.062
4	-0.041	0.162	0.269	-3.038	-0.070
5	-0.015	0.018	0.149	-0.851	0.205

NOTE: The table reports quarterly summary statistics of the inflation risk premium for maturities from one to five years, during the period 1989:q1-2006:q3. The CRRA coefficient varies between the values of 5, 10, 15, and 20. Persistence denotes the 4-quarter autocorrelation coefficient.

bonds, known as inflation compensation, contains useful information about market expectations of inflation. These expectations are key in the inflation-targeting framework that currently guides monetary policy in Chile, since they make it possible to evaluate the markets' perception of the Central Bank's commitment to the target and help the monetary authority assess its credibility among market participants.

However, the task of disentangling this information is complicated by the existence of other components in the yield

differential, in particular the inflation risk premium and the liquidity premium. These premiums might shift the level of inflation compensation away from true inflation expectations. However, if the premiums are relatively stable over time, inflation compensation might still be a useful indicator, since movements in the yield spread would be associated exclusively to movements in expected inflation.

In this paper we have studied the relationship between inflation compensation and inflation expectations in Chile. We first study the degree of time variation of inflation compensation. Using a sample of monthly observations of nominal and inflation-linked yields for the period 2002-2006, we decompose unanticipated inflation-compensation returns of different maturities into news about expected inflation and premiums. The results show that premiums are time-varying and have an important role in explaining yield-differential movements. In fact, premiums explain around 40% to 65% of the inflation-compensation return variance. Hence variations in inflation compensation are not necessarily indicative of variations in inflation expectations.

We then proceed to study the levels of the premiums. It might occur that the premiums are very volatile but have a mean value close to zero. In this case, the unconditional mean of inflation compensation would equal the unconditional mean of inflation. Since we lack a methodology for estimating the liquidity premium, we only estimate the inflation risk premium, using a simple general equilibrium model. The estimation procedure requires only data from consumption growth and inflation, which allows to use a larger sample of quarterly frequency running from 1986 to 2006. According to the results, the risk premium is time-varying but seems to be of negligible size. Its average mean and volatility across different maturities and degrees of risk aversion are both very close to zero.

Overall, since the risk premium is not substantial and premiums explain a large part of the variance of inflation-compensation returns, our results suggest that the liquidity premium might be an important force driving inflation-compensation movements. Since we do not have a direct estimate of this premium, we cannot determine its average size and therefore we do not know how far this premium shifts the level of inflation compensation from true expected inflation. However, recall that the liquidity premium arises when markets are incomplete. Since financial markets become more complete as a country becomes more economically developed (Jung, 1986),

we could expect the importance of this premium to decrease with time, with the result that inflation compensation would become a more accurate measure of inflation expectations.

To conclude, we think our analysis can be extended in a number of useful directions. First, the general equilibrium model used to estimate the inflation risk premium is extremely simple and could be extended to include several dimensions relevant for a developing country like Chile, such as an open economy dimension (Beakert *et al.*, 2002) more risk factors (Risa, 2001), different regimes (Evans, 2003) or consumption habits (Buraschi and Jiltsov, 2007). Second, efforts should be allocated to obtain a direct measure of the liquidity premium. Only after having estimated both premiums will we have a more complete picture of the relationship between inflation compensation and expected inflation in Chile.

REFERENCES

- Ang, A., and G. Bekaert (2005), *The Term Structure of Real Rates and Expected Inflation*, Mimeo, Columbia University.
- Balsam, A., S. Kandel and O. Levy (1998), *Ex-Ante Real Rates and Inflation Risk Premiums: a Consumption-Based Approach*, Wharton School (Working Paper, n° 22-98).
- Barr, D., and B. Pesaran (1997), "An Assessment of the Relative Importance of Real Interest Rates, Inflation, and Term Premiums in Determining the Prices of Real and Nominal UK Bonds", *Review of Economics and Statistics*, vol. 79, n° 3, pp. 362-66.
- Bekaert, G., M. Wei and Y. Xing (2002), *Uncovered Interest Rate Parity and the Term Structure*, NBER (Working Paper; n° 8795).
- Benninga, S., and A. Protopapadakis (1983), "Real and Nominal Interest Rates under Uncertainty: the Fisher Theorem and the Term Structure", *Journal of Political Economy*, vol. 91, n° 5, pp. 856-67.
- Buraschi, A., and A. Jiltsov (2005), "Inflation Risk Premia and the Expectations Hypothesis", *Journal of Financial Economics*, vol. 75, n° 2, pp. 429-90.
- Buraschi, A., and A. Jiltsov (2007), "Term Structure of Interest Rates Implications of Habit Persistence", forthcoming in *The Journal of Finance*.
- Campbell, J. Y., and J. Ammer (1993), "What Moves the Stocks and Bond Markets? A Variance Decomposition for Long-

- Term Asset Returns”, *The Journal of Finance*, vol. 48, n° 1, pp. 3-37.
- Chumacero, R. A. (2002), *Arbitraje de tasas de interés*, Mimeo, Central Bank of Chile.
- Cochrane, J., and L. P. Hansen (1992), “Asset Pricing Explorations for Macroeconomics”, in O. Blanchard and S. Fisher (eds.) *NBER Macroeconomics Annual*, MIT Press.
- Cooley, T., and E. Prescott (1995), “Economic Growth and Business Cycles”, in T. Cooley (ed.) *Frontiers of Business Cycle Research*, Princeton University Press.
- Evans, M., and P. Wachtel (1992), “Interpreting the Movements in Short-Term Interest Rates”, *The Journal of Business*, vol. 65, n° 3, pp. 395-429.
- Evans, M. (1998), “Real Rates, Expected Inflation, and Inflation Risk Premia”, *Journal of Finance*, vol. 53, n° 1, pp. 187-218.
- Evans, M. (2003), “Real Risk, Inflation Risk and the Term Structure”, *The Economic Journal*, vol. 113, n° 4, pp. 345-89.
- Jervis, P. (2006), *Comportamiento de la Compensación Inflacionaria y de sus Componentes en Chile*, MA dissertation, Universidad de Chile.
- Jung, W. S (1986), “Financial Development and Economic Growth: International Evidence”, *Economic Development and Cultural Change*, vol. 34, pp. 336-46.
- Kandel, S., A. Ofer and O. Sarig (1996), “Real Interest Rates and Inflation: an Ex-Ante Empirical Analysis”, *The Journal of Finance*, vol. 51, n° 1, pp. 205-25.
- Lucas, R. (1980), “Equilibrium in a Pure Currency Economy”, *Economic Inquiry*, vol. 18, n° 2, pp. 203-20.
- Risa, S. (2001), *Nominal and Inflation Indexed Yields: Separating Expected Inflation and Inflation Risk Premia*, Mimeo, Columbia University.
- Sarte, P. (1998), “Fisher’s Equation and the Inflation Risk Premium in a Simple Endowment Economy”, *FRB of Richmond Economic Quarterly*, vol. 84, n° 4, pp. 53-72.
- Shen, P. (1998), “How Important is the Inflation Risk Premium?”, *FRB of Kansas City Economic Review*, vol. 83, n° 4, pp. 35-47.

Prudence Serju

*Estimating potential output for Jamaica: a structural
VAR approach*

Prosper F. Bangwayo-Skeete
Ryan W. Skeete

*Regional integration and elasticities of export
demand in Barbados*

Alicia García-Herrero
Josep Vilarrubia

*The Laffer curve of macroeconomic volatility
and growth: can it be explained
by the different nature of crises?*

Jason Allen
Walter Engert
Ying Liu

*A comparison of Canadian and US universal banks:
efficiency, productivity, and the role of technology*

PUBLICACIONES DEL CEMLA

Kenneth Coates

Un enfoque estratégico para la nueva banca central

George A. Kahn

Comunicando una senda de política: ¿la próxima frontera en la transparencia del banco central?

José Antonio Alepuz

*Banca central y regulación bancaria:
¿dónde estamos?*

BOLETÍN ABRIL-JUNIO 2007

PUBLICACIONES DEL CEMLA

Juanita González Uribe
Daniel Esteban Osorio Rodríguez

*Una propuesta para la medición, seguimiento y
regulación del riesgo de liquidez en Colombia*

Adriana Castán

*El creciente fenómeno de las remesadoras
de fondos: su regulación en Argentina*

*Autoridades de los bancos centrales de América
Latina y el Caribe, así como de otras instituciones
colaboradoras del CEMLA*

BOLETÍN ABRIL-JUNIO 2007



El *Centro de Estudios Monetarios Latinoamericanos* es una asociación regional de bancos centrales de América Latina y el Caribe. Además participan, como miembros colaboradores, bancos centrales extrarregionales, organismos supervisores y entidades financieras regionales. El principal cometido de la Institución es, desde 1952, la cooperación entre sus miembros para promover un mejor conocimiento de temas monetarios y financieros en la región. Entre sus modalidades de acción el Centro realiza actividades de capacitación, divulgación y estudios, así como programas plurianuales de asistencia técnica en áreas de infraestructura del sector financiero. Asimismo, el CEMLA actúa como secretaría técnica en las reuniones de gobernadores y técnicos de banca central de nuestra región.

El CEMLA ofrece regularmente desde 1955 publicaciones periódicas que, al cabo del año, pasan revista y analizan los principales temas financieros y monetarios que ocupan la atención de los bancos centrales de América Latina y el Caribe. En el *Boletín* se presentan temas actuales de interés general que reúnen a una amplia audiencia para mantenerla a la vanguardia en los principales debates en materia de teoría y política económica, monetaria y financiera. *Monetaria* y *Money Affairs* (publicaciones bilingüe y en inglés, respectivamente) difunden estudios elaborados por investigadores de bancos centrales, instituciones financieras internacionales, universidades y otras entidades académicas. En los artículos publicados predomina un enfoque teórico o cuantitativo sobre temas especializados en los campos financiero y monetario.

monetaria

Suscripción anual: 80.00 dólares (América Latina y el Caribe: 50.00 dólares; estudiantes y maestros: 40.00 dólares). Ejemplar suelto: 22.00 dólares (América Latina y el Caribe: 15.00 dólares; estudiantes y maestros: 11.00 dólares).

Suscripciones y pedidos:

Aída Salinas Domínguez

CEMLA

Durango nº 54, México, D. F., 06700, México

Tel.: (5255) 5061-6651

Telefax: (5255) 5061-6659

E-mail: publicaciones@cemla.org

MIEMBROS DEL CEMLA

ASOCIADOS

Banco Central de la República Argentina	Banco de Guatemala
Centrale Bank van Aruba	Bank of Guyana
Central Bank of the Bahamas	Banque de la République d'Haïti
Central Bank of Barbados	Banco Central de Honduras
Central Bank of Belize	Bank of Jamaica
Banco Central de Bolivia	Banco de México
Banco Central do Brasil	Bank van de Nederlandse Antillen
Eastern Caribbean Central Bank	Banco Central de Nicaragua
Cayman Islands Monetary Authority	Banco Central del Paraguay
Banco Central de Chile	Banco Central de Reserva del Perú
Banco de la República (Colombia)	Banco Central de la República Dominicana
Banco Central de Costa Rica	Centrale Bank van Suriname
Banco Central de Cuba	Central Bank of Trinidad and Tobago
Banco Central del Ecuador	Banco Central del Uruguay
Banco Central de Reserva de El Salvador	Banco Central de Venezuela

COLABORADORES

Bancos centrales

Deutsche Bundesbank (Alemania)	Banca d'Italia
Bank of Canada	De Nederlandsche Bank (Países Bajos)
Banco de España	Bangko Sentral ng Pilipinas
Federal Reserve System (Estados Unidos)	Banco de Portugal
Banque de France	European Central Bank

Otras instituciones

Superintendencia de Bancos y Seguros (Ecuador)	Superintendencia de Bancos (República Dominicana)
Superintendencia del Sistema Financiero (El Salvador)	Banco Centroamericano de Integración Económica
Superintendencia de Bancos (Guatemala)	Banco Latinoamericano de Exportaciones, S. A.
Comisión Nacional de Bancos y Seguros (Honduras)	Deutscher Genossenschafts- und Raiffeisenverband e. V. (Confederación Alemana de Cooperativas)
Superintendencia de Bancos (Panamá)	Fondo Latinoamericano de Reservas