MODELOS DEL RIESGO DE CRÉDITO

Somnath Chatterjee

INTRODUCCIÓN

El crédito es dinero proporcionado por un acreedor a un prestatario (conocido también como obligado, ya que tiene una obligación de pago). El riesgo de crédito es el asociado al incumplimiento de un pago contratado. Se da por sentado que los mercados le ponen un precio a este riesgo. Por ende, tal precio se incluye en el precio de compra del mercado para un pago contratado. La parte del precio que corresponde al riesgo de crédito es el diferencial de crédito. La función de un modelo típico de riesgo de crédito es tomar como insumos las condiciones de la economía en general y de una empresa en particular, y generar un resultado que es el diferencial de crédito.

El motivo para crear modelos de riesgo de crédito radica en la necesidad de calcular cuánto capital económico es necesario para sustentar las actividades de toma de riesgo de un banco. Los requerimientos de capital mínimo se han coordinado en el plano internacional desde el Acuerdo de Basilea de 1998. Conforme a Basilea I, los activos de un banco se asignaban por regla general a una de cuatro categorías amplias de riesgo, cada una con una *ponderación del riesgo* que oscilaba entre el 0% y el 100%. Una cartera de créditos a empresas, por ejemplo, recibía una ponderación de riesgo del 100%, mientras que las hipotecas, consideradas más seguras, recibirían una ponderación de riesgo más favorable (un 50%). Así, el capital mínimo se establecía en proporción a la suma ponderada de estos activos.

$$\text{Requerimiento de capital mínimo} = 8\% \times \sum \text{activos ponderados por riesgo}$$

Traduce y publica el CEMLA, con la debida autorización, el Handbook, núm. 34, del Centre for Central Banking Studies, Banco de Inglaterra. El autor agradece a Abbie McGillivray por el diseño del formato de este manual. Las opiniones expresadas en este son las del autor y no necesariamente las del Banco de Inglaterra. <Somnath.Chatterjee@bankofengland.co.uk>.

Con el tiempo, este cálculo fue objeto de críticas por no ser tan detallado como para consignar la distribución transversal del riesgo. A todos los créditos hipotecarios, por ejemplo, se les asignaba el mismo requerimiento de capital, sin tomar en cuenta el perfil de riesgo subyacente del prestatario (como el coeficiente de préstamo a valor o de deuda a ingreso). Esto despertó la preocupación de que la normatividad estimulara el *traslado de riesgo*. Como el riesgo no se estaba justipreciando, entonces –se argumentaba– los bancos tenían un incentivo para retener en su balance únicamente las exposiciones más elevadas al riesgo, pues esta probablemente ofrecería el rendimiento esperado más alto.

En respuesta, Basilea II adoptó un enfoque mucho más minucioso en la ponderación del riesgo. Las técnicas para gestión del riesgo de crédito utilizadas conforme a Basilea II son de dos tipos:

- estandarizadas, que sencillamente implican distribuir a los obligados en categorías, sin considerar sus riesgos reales de crédito, y recurren a calificaciones externas del riesgo;
- basadas en calificaciones internas, es decir, se permite a los bancos utilizar sus *modelos internos* para calcular el requerimiento de capital reglamentario para el riesgo de crédito.

Estas técnicas se formularon para llegar a los activos ponderados por riesgo (APR), el denominador de cuatro coeficientes de capitalización fundamentales: el capital total, el capital de nivel 1, el capital básico de nivel 1 y el capital accionario de nivel 1. Conforme a Basilea II, los bancos que siguen la modalidad de APR pueden computar los requerimientos de capital con base en una fórmula que se acerca al modelo de Vasicek para el riesgo de crédito de una cartera. El procedimiento de Vasicek se describe en la siguiente sección.

El capital mínimo obligatorio no cambió con Basilea III, pero se introdujeron reglas más estrictas para garantizar que su calidad fuera suficiente. Ahora el requisito para el capital accionario de categoría 1 es un 4.5%. También incrementó la cantidad de capital al introducir colchones de capital utilizable en vez de un capital mínimo (ver Comité de Basilea, 2010). Basilea III aclaró la definición de capital, es decir, el numerador del coeficiente de capital. Sin embargo, no buscó modificar radicalmente el método de Basilea II, basado en el riesgo, para medir los activos ponderados por riesgo, es decir, el denominador del coeficiente de capital; por lo tanto, la arquitectura del régimen de capital ponderado por riesgo prácticamente no fue modificado. Basilea III busca mejorar el método estandarizado de administrar el riesgo de crédito de varias maneras, entre otras, fortaleciendo el vínculo entre el método estandarizado y el basado en calificaciones internas.

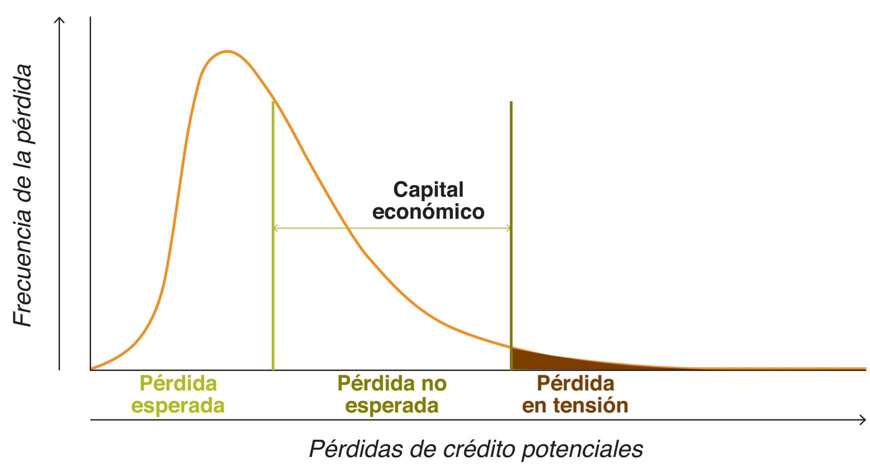
Basilea III busca mejorar el método estandarizado de administrar el riesgo de crédito.

1. ASIGNACIÓN DEL CAPITAL ECONÓMICO

Los bancos emplean un procedimiento analítico cuando calculan la cantidad de capital económico necesaria para sustentar las actividades con riesgo de crédito. El procedimiento que relaciona el capital económico que en general se requiere para el riesgo de crédito con la función de densidad de probabilidad (FDP) de pérdidas crediticias de la cartera, lo que también se conoce como distribución de pérdidas de una cartera de créditos. La gráfica 1 muestra esta relación. Aunque los distintos métodos de elaboración de modelos varían, todos ellos consideran la estimación como una función de densidad de probabilidad.

Gráfica 1

DISTRIBUCIÓN DE LA PÉRDIDA DE UNA CARTERA DE CRÉDITO



1.1 FUNCIÓN DE DENSIDAD DE LA PROBABILIDAD DE PÉRDIDAS CREDITICIAS

Los mecanismos para asignar capital económico contra el riesgo de crédito por lo general suponen que es posible obtener la forma de la FDP mediante distribuciones que podrían parametrizarse con la media y la desviación estándar de las pérdidas de cartera. La gráfica 1 muestra que el riesgo de crédito tiene dos componentes. Primero, la pérdida esperada (PE), la cantidad de pérdida crediticia que el banco esperaría sufrir en su cartera de créditos durante cierto horizonte elegido. Esto podría verse como el costo normal de hacer negocios, cubierto mediante políticas de provisiones y precios. Segundo, los bancos expresan el riesgo de la cartera con una medida de la pérdida no esperada (PNE). Se aparta capital para compensar la PNE y, conforme al método basado en calificaciones internas, la cantidad de capital reglamentario depende únicamente de la PNE. La desviación estándar, que muestra la desviación promedio de las pérdidas esperadas, es una medida de la pérdida inesperada que se usa con frecuencia. El área bajo la curva en la gráfica 1 es igual a 100%. La curva muestra que las pérdidas pequeñas en torno a la PE o o ligeramente inferiores a esta ocurren con más frecuencia que las pérdidas cuantiosas.

La probabilidad de que las pérdidas superen la suma de la PE y la PNE –es decir, la probabilidad de que el banco no pueda cumplir con sus obligaciones crediticias mediante sus utilidades y capital– equivale al área sombreada en el lado derecho de la curva, que representa la pérdida por tensión financiera. Un 100% menos esta probabilidad es lo que se conoce como el valor en riesgo (VaR) en este nivel de confianza. Si el capital se fija de acuerdo con la brecha entre la PE y el VaR, y si la PE está cubierta por reservas o ingresos, entonces la probabilidad de que el banco permanezca solvente en un horizonte de un año es igual al nivel de confianza. Conforme a Basilea II, el capital se fija para mantener un nivel de confianza fijo con fines de supervisión. Este nivel de confianza se fija en un 99.9%, es decir, se espera que una institución sufra pérdidas que rebasen su capital una vez cada 1,000 años. Las lecciones aprendidas de la crisis financiera mundial de 2007-2009 apuntarían a que la pérdida por tensión financiera es la pérdida inesperada posible contra la cual se considera demasiado caro mantener capital. A los organismos supervisores les preocupa particularmente la cola de la distribución de pérdidas y el punto donde los bancos deberían fijar el límite entre la pérdida inesperada y la pérdida por tensión financiera. Para más detalles sobre las distribuciones de pérdidas en escenarios de tensión, ver Haldane *et al.* (2007).

Un banco debe decidir en qué horizonte temporal va a evaluar el riesgo de crédito. En los acuerdos de Basilea, el horizonte para todas las categorías de activos es un año. La pérdida esperada de una cartera se presume es igual a la proporción de obligados que podrían incumplir en un marco temporal dado, multiplicada por la exposición pendiente en el momento de incumplimiento y, de nuevo, por la pérdida dado el incumplimiento, que representa la proporción de la exposición que no se recuperará después del incumplimiento. Conforme al método basado en calificaciones internas de Basilea II, la probabilidad de incumplimiento (PI) por grado de calificación es el porcentaje promedio de obligados que incumplirán en el plazo de un año. La exposición en el momento del incumplimiento (EAI) es el monto pendiente si el prestatario incumple. La pérdida dado el incumplimiento (PDI) representa la proporción de la EAI que no se recuperará tras el incumplimiento. Suponiendo un valor uniforme de PDI para una cartera dada, la pérdida esperada puede calcularse como la suma de las PE individuales en la cartera (ecuación 1.1).

$$PE = \sum_{i=1}^{N} PI_i PDI_i EAI_i \tag{1.1}$$

A diferencia de la PE, la pérdida no esperada total no es un agregado de las PNE individuales; sino depende, más bien, de las correlaciones de pérdidas entre todos los préstamos de la cartera. La desviación de las pérdidas con respecto a la PE normalmente se mide mediante la desviación estándar de la variable de pérdidas (ecuación 1.2). La PNE, o la desviación estándar de pérdidas por créditos de la cartera puede descomponerse en la contribución de cada uno de los servicios de financiamiento individuales:

$$PNE = \sum_{i=1}^{N} \sigma_i \rho_i , \tag{1.2}$$

donde σ_i denota una desviación estándar independiente de las pérdidas crediticias por el *i*-ésimo financiamiento y ρ_i denota la correlación entre las pérdidas crediticias en el *i*-ésimo financiamiento y aquellas en la cartera general. El parámetro ρ_i refleja los efectos de correlación/diversificación del *i*-ésimo financiamiento con los otros instrumentos en la cartera de créditos del banco. Si lo demás no cambia, correlaciones más elevadas entre los instrumentos de crédito –representadas por un ρ_i más alto– lleva a una desviación estándar más elevada de las pérdidas crediticias para la cartera en su conjunto.

El acuerdo de Basilea II ha especificado los valores de correlación entre activos para distintas categorías de activos (Comité de Basilea, 2006). Pero la base teórica para calcular la PNE conforme al método basado en calificaciones internas de Basilea II proviene del modelo de Vasicek (2002) para el valor de la cartera de préstamos. Ver Comité de Basilea (2005) para una explicación más detallada de la formulación de dicho método. Un problema con el método basado en calificaciones internas es que implica una dependencia excesiva respecto de los propios modelos internos de los bancos para calcular los requerimientos de capital, dado que el método estandarizado no brinda otra alternativa creíble que consigne los riesgos en las carteras de operación de los bancos. Sin embargo, se ha descubierto que los modelos internos de los bancos dan por resultado ponderaciones del riesgo muy diferentes para carteras comunes de activos bancarios. Parte del problema de evaluar los cálculos de APR de los bancos radica en distinguir las diferencias que se derivan del riesgo de la cartera y de la calidad de los activos de aquellas que provienen de diferencias en los modelos. Para identificar las diferencias entre los modelos internos de los bancos, los organismos de regulación han realizado varios ejercicios en los que los bancos aplicaron modelos internos para calcular los principales parámetros de riesgo a los activos de una cartera hipotética. Esto aseguró que las diferencias en las ponderaciones calculadas para el riesgo se redujeran a qué modelo utilizaban los bancos y no a diferencias en el riesgo de las carteras evaluadas. La sección a continuación comenta la metodología de Vasicek (2002) para calcular la distribución conjunta de las pérdidas para una cartera de exposiciones bancarias.

1.2 Cálculo de la distribución conjunta de pérdidas utilizando el modelo de Vasicek

El modelo de Vasicek (2002) supone que el valor del activo de un determinado obligado lo proporciona el efecto combinado de un factor sistemático y uno idiosincrásico. Supone una estructura de incumplimiento gaussiana equicorrelacionada. Es decir, cada obligado *i* incumple si cierta variable aleatoria X_i cae por debajo de un umbral, y estas X_i son todas normales y equicorrelacionadas. El valor de activo del obligado *i*-ésimo en el tiempo *t* está entonces proporcionado por:

$$X_{it} = S_t\sqrt{\rho} + Z_{it}\sqrt{1-\rho}, \tag{1.3}$$

donde *S* y *Z* son, respectivamente, el componente sistemático y el idiosincrásico y puede demostrarse que ρ es la correlación de activos entre dos obligados diferentes. Ver el recuadro 1 para más detalles sobre el modelo de Vasicek de cartera de préstamos. Aquí $X, Z_i, Z_2, \ldots, Z_n$ son variables normales estándar mutuamente independientes. El modelo de Vasicek utiliza tres insumos para calcular la probabilidad de incumplimiento (PI) de una categoría de activos. Una variable es la PI durante el ciclo (PI_DEC) específica para esa categoría. Otros insumos son un factor común de la cartera, como un índice económico en el intervalo $(0, T)$ proporcionado por *S*. La tercera variable de entrada es la correlación de activos, ρ. Luego el término $S_t\sqrt{\rho}$ es la exposición de la compañía al factor sistémico, mientras que el término $Z_{it}\sqrt{(1-\rho)}$ representa su riesgo idiosincrásico.

Una sencilla condición de umbral determina si el obligado *i* incumple o no.

Incumple si $X_i < c$; donde *c* aparecerá como una función de PI_DEC.

RECUADRO 1

MODELO DE VASICEK DEL VALOR DE UNA CARTERA DE PRÉSTAMOS

Vasicek aplicó a los valores de activos de las compañías lo que se había convertido en el modelo estándar de movimiento browniano geométrico. Expresado como una ecuación diferencial estocástica,

$$dA_i = \mu_i A_i dt + \sigma_i A_i dx_i;$$

donde A_i es el valor de los activos de la i-ésima empresa, μ_i y σ_i son el índice de deriva y la volatilidad de ese valor, y x_i es un proceso de Wiener o movimiento browniano, es decir, un paseo aleatorio en tiempo continuo en el cual el cambio sobre cualquier periodo temporal finito se distribuye normalmente con una media de cero y una varianza igual a la longitud del periodo, y los cambios en periodos separados son independientes uno del otro. Al resolver esta ecuación diferencial estocástica se obtiene el valor de los activos de la i-ésima empresa en el tiempo T como:

$$A_i(T) = e^{A(0)+\mu_i T - \frac{1}{2}\sigma_i^2 T + \sigma_i \sqrt{T} X_i} \tag{1}$$

La i-ésima empresa incumple cuando $A_i(T) < B$, por lo que la probabilidad de tal suceso es:

$$P\left[A_i(T) < B_i\right] = P\left[X_i < c_i\right] = N(c_i) = p^*, \tag{2}$$

donde c_i se deriva con facilidad de la ecuación 1 y N es la FDP normal acumulativa. Es decir, el incumplimiento de un único obligado ocurre si el valor de una variable aleatoria normal cae por debajo de cierto c_i.

La correlación entre incumplimientos se introduce al suponer correlación en los procesos La correlación entre incumplimientos se introduce suponiendo una correlación en los procesos A_i y, por lo tanto, en los valores terminales $A_i(T)$. En particular, se supone que las X_i en la ecuación 1 están correlacionados en pares de acuerdo con el factor ρ.

Por ser normales y equicorrelacionadas, cada variable aleatoria X_i puede entonces representarse como la suma de dos otras variables aleatorias: una común a las empresas y otra idiosincrásica:

$$X_i = S\sqrt{p} + Z_i\sqrt{1-p},$$

con $S \sim N(0,1)$, $Z_i \sim N(0,1)$. Por lo tanto, la probabilidad de incumplimiento del obligado i también puede escribirse como:

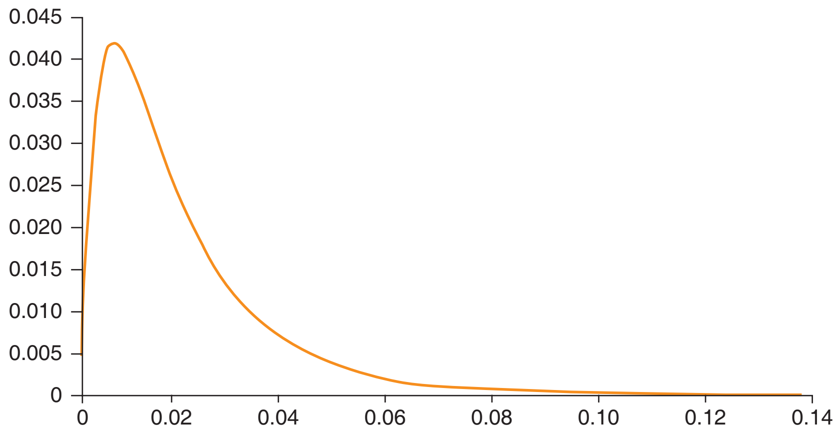
$$\begin{aligned} P\left[A_i(T) < B_i\right] &= P\left[X_i < c_i\right] \\ &= P\left[X_i < N^{-1}(p^*)\right] \\ &= P\left[\left(S\sqrt{p} + Z_i\sqrt{1-p}\right) < N^{-1}(p^*)\right] \\ &= P\left[Z_i < \frac{c_i - S\sqrt{\rho}}{\sqrt{1-\rho}}\right] = N\left(\frac{N^{-1}(p^*) - S\sqrt{\rho}}{\sqrt{1-\rho}}\right). \end{aligned} \tag{3}$$

p^* en la ecuación 2 es la pérdida promedio durante el ciclo. $P[\ldots]$ en la ecuación 3 es la pérdida sujeta a las condiciones crediticias S. La proporción de créditos en la cartera que caen en incumplimiento la proporciona la siguiente FDP:

$$\begin{aligned} P\left[p(S) \le x\right] &= P\left[S \ge p^{-1}(x)\right] \\ &= N\left(-p^{-1}(x)\right) = N\left(\frac{\sqrt{1-p}N^{-1}(x) - N^{-1}(p)}{\sqrt{\rho}}\right). \end{aligned} \tag{4}$$

Gráfica 2

DISTRIBUCIÓN DE LA PÉRDIDA NO CONDICIONAL



El modelo de Vasicek puede interpretarse en el contexto de un mecanismo desencadenante que resulta útil para elaborar modelos del riesgo de crédito. Una sencilla condición de umbral determina si el obligado *i* incumple o no.

La integración de S a la ecuación 1.3 denota la probabilidad incondicional de impago por parte de p^* (esta es la PI _DEC):

$$P_r(X_i < c) = N^{-1}(c) = p^*.$$

La probabilidad de incumplimiento condicionada a S_t puede escribirse como:

$$P_r\left(X_i < c|S\right) = P_r\left(S\sqrt{\rho} + Z_i\sqrt{1-\rho} < c|S\right)$$
$$= P_r\left(Z_i < \frac{c - S\sqrt{\rho}}{\sqrt{1-\rho}}|S\right).$$

Entonces, la probabilidad de incumplimiento condicionada a S es igual a:

1.4 $$P_r\left(X_i < c|S\right) = N\left(\frac{c - S\sqrt{\rho}}{\sqrt{1-\rho}}\right)$$
$$= N\left(\frac{N^{-1}(\rho^*) - S\sqrt{\rho}}{\sqrt{1-\rho}}\right).$$

La función de distribución de la proporción de pérdidas por incumplimiento es determinada por dos parámetros: la probabilidad de incumplimiento, *p,* y la correlación de activos ρ (rho). La gráfica 2 muestra la distribución de pérdidas de la cartera con probabilidad de incumplimiento (p=0.02 o 2%) y correlación de activos (ρ = 0.1 o 10%). Esta es la probabilidad incondicional de incumplimiento.

En el modelo de Vasicek, dos procesos rigen el nivel cíclico de la tasa de pérdidas de una cartera: el factor común estocástico S y las correlaciones de activos ρ. Lo que sigue es una interpretación económica de estos dos procesos comenzando con el factor común *S.*

Dado un escenario macroeconómico, un S puede computarse y luego utilizarse en el modelo de Vasicek para calcular la tasa de pérdidas condicionada a ese escenario específico. El componente común S pudiera verse como una representación de las condiciones macrofinancieras agregadas que pueden extraerse de los datos económicos observables. El riesgo de crédito agregado depende del factor común estocástico S porque, cuando vivimos buenos tiempos económicos, la tasa de pérdidas esperada tiende a ser inferior al promedio de largo plazo; cuando vivimos épocas malas, la tasa de pérdidas esperada tiende a ser superior al promedio de largo plazo. En este modelo, S es inobservable. A pesar de su naturaleza latente, muchas de las variables macroeconómicas y financieras que se recopilan regularmente contienen información relevante sobre el estado de las condiciones económicas y financieras. Si de cada una de estas variables observables podemos extraer la parte común de información, que representa el estado de las condiciones agregadas, entonces podemos usar esa medida como el factor S en el modelo de Vasicek y computar la tasa de pérdida condicional. Es mediante la S estimada que un escenario macroeconómico específico se toma en cuenta para calcular la tasa de incumplimiento. Por lo tanto, S pudiera considerarse como la parte de incumplimiento macro a micro del modelo, mediante la cual las condiciones macroeconómicas y crediticias se traducen en tasas de incumplimiento aplicables. El algoritmo del filtro de Kalman puede utilizarse para computar S. La principal ventaja de esta técnica es que permite que las variables de estado sean magnitudes no observadas.

La gráfica 3 muestra la pérdida esperada condicionada al factor común S, donde este ha sido calculado utilizando el filtro de Kalman. En la figura puede verse que S muestra una fuerte persistencia. Por lo tanto, una mala ejecución de S por lo general va seguida de una mala ejecución de S y viceversa. S es una variable normal estándar con media 0 y desviación estándar 1. En épocas normales no deberían observarse valores negativos elevados de S. Pero con tensión financiera, S podría entrar más de lleno en territorio negativo.

En el apéndice al final de este documento se demuestra cómo puede calcularse S de manera empírica utilizando el algoritmo del filtro de Kalman. En Harvey (1989) y en Durbin y Koopman (2012) se encuentra una explicación detallada del filtro de Kalman.

Las correlaciones de activos ρ son una manera de medir la probabilidad de incumplimiento simultáneo de dos obligados que pertenecen a la misma cartera y, por lo tanto, son factores determinantes del riesgo de crédito. Es necesario aclarar el papel que desempeñan las correlaciones en el modelo de Vasicek. Una cartera con correlaciones elevadas produce mayores oscilaciones de incumplimiento durante el ciclo S, en comparación con una cartera con correlaciones más bajas. Las correlaciones no afectan en qué momento ocurre el incumplimiento; una correlación más elevada no implica que el incumplimiento se presentará antes o después que en otras carteras. Por lo tanto, durante las épocas de auge, una cartera con correlaciones elevadas producirá menos incumplimientos que una cartera con correlaciones bajas. Aunque lo opuesto es cierto en las malas épocas, las correlaciones elevadas están creando más incumplimientos.

Algunos valores de referencia de ρ pueden obtenerse de las autoridades regulatorias. Las fórmulas de riesgo ponderado de Basilea II basadas en calificaciones internas, las cuales emplean el modelo de Vasicek, prescriben, para las exposiciones de compañías, correlaciones de un 12% a un 24%, en las que el número real se computa como una probabilidad de incumplimiento promedio ponderado.

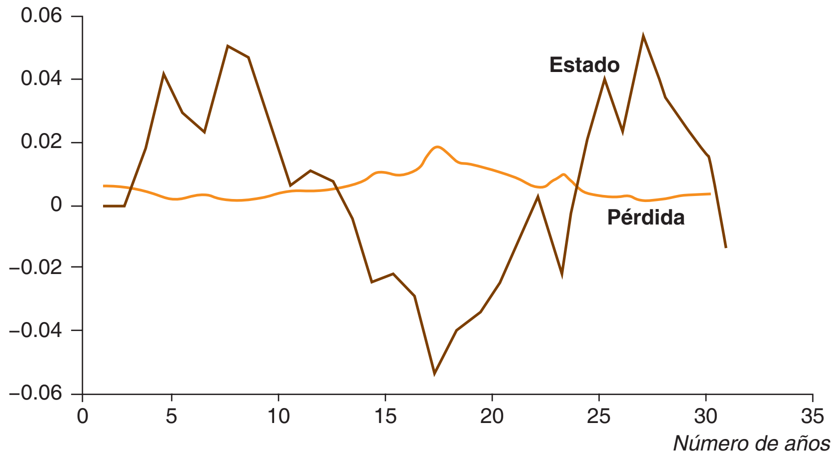
Conforme al modelo de Vasicek, dos prestatarios están correlacionados porque ambos están vinculados al factor común S. Claramente, esta es una simplificación de la estructura verídica de correlación. Sin embargo, permite al modelo de Vasicek proporcionar un cálculo directo del riesgo de incumplimiento de una cartera.

1.3 El modelo de Vasicek y la invariancia de la cartera

Los bancos emplean sus modelos internos para calcular los parámetros de entrada del modelo de Vasicek. Con el fin de que el método basado en calificaciones internas sea aplicable en todas las jurisdicciones, el Comité de Basilea dispuso que se utilizaran *ponderaciones de riesgo* para determinar los requerimientos de capital. Estas ponderaciones de riesgo serían válidas si un cierto activo tiene la misma ponderación de riesgo sin importar

Gráfica 3

PÉRDIDA ESPERADA CONDICIONAL SOBRE EL FACTOR DE ESTADO COMÚN



a qué cartera se incorpora. Esta propiedad se conoce como invariancia de la cartera.

En teoría, las ponderaciones de riesgo de una cartera sin variación pueden utilizarse para limitar la probabilidad de que las pérdidas excedan el capital total si se cumplen dos supuestos. Primero, las carteras deben ser *desmenuzadas asintóticamente*, lo que significa que el tamaño de cada préstamo debe ser despreciable. Segundo, se debe establecer un supuesto *factor único asintótico de riesgo* (FUAR). El supuesto del FUAR significa que, si bien cada préstamo está expuesto al riesgo idiosincrásico, sólo hay una fuente de choques comunes. Ver Gordy (2003). Podemos considerar el FUAR como la representación de las condiciones microfinancieras agregadas, *S,* descritas antes. Cada crédito pudiera tener una correlación diferente con el FUAR, pero las correlaciones entre ellos se rigen por su vínculo con ese factor único *S.* La violación de cualquiera de estos supuestos produciría una valoración incorrecta del riesgo de crédito de la cartera.

El supuesto de *desmenuzado asintóticamente* trata la cartera como si estuviera conformada por un número infinito de exposiciones despreciables. Sin embargo, en la práctica, las carteras reales suelen ser nodulares. La nodularidad de hecho disminuye la diversificación de la cartera y, por lo tanto, aumenta la varianza en la distribución de pérdidas. De manera que, para impedir que la misma cartera contenga pérdidas, se requiere más capital para una cartera nodular que para una desmenuzada asintóticamente. El FUAR implica que los efectos de diversificación particulares de una institución no se toman en cuenta al calcular los APR. Más bien, los APR se calibran conforme a un banco *ideal* que está bien diversificado y es internacional.

Los valores específicos en las fórmulas basadas en calificaciones internas son dependientes de las categorías de activos, dado que los distintos prestatarios y las distintas categorías de activos muestran distintos grados de dependencia con respecto de las condiciones macroeconómicas agregadas. Para el método basado en calificaciones internas, los bancos deben clasificar la exposición en libros en cinco categorías generales de activos: empresas, deuda soberana, bancos, cartera minorista y capital accionario. Como parte del método basado en calificaciones internas, la cantidad de capital regulador depende únicamente de la PNE, es decir, deben calcularse niveles de capital mínimos que sean suficientes para cubrir la pérdida no esperada en la cartera.

Para la exposición a empresas, deuda soberana y bancos, la pérdida no esperada se define como: PNE= (pérdida total – PE) x ajuste del vencimiento

$$K = PNE = \left[PDI.N\left[\frac{\sqrt{\rho}N^{-1}(0.999) + N^{-1}(PI)}{\sqrt{1-\rho}} \right] - PI.PDI \right] \times \frac{1 + (M-2.5)\times b}{1 - 1.5\times b},$$

donde:

- N y N^{-1} representan la función de distribución normal e inversa, respectivamente;
- correlación de activos

$$\rho = 0.12 \times \frac{1-e^{-50\times PI}}{1-e^{-50}} + 0.24 \times \left[1 - \frac{1-e^{-50\times PI}}{1-e^{-50}} \right];$$

- ρ tiene un rango permitido del 12%-24%;
- M es el plazo efectivo promedio de la cartera; ajuste del plazo

$$b = \left(0.11852 - 0.05478 \times \ln(PI)\right)^2.$$

Se pueden hacer varias inferencias a partir de esta caracterización de la pérdida no esperada. Primero, la correlación de activos se modela enteramente como una función sólo de la PI. Segundo, la fórmula fija un requerimiento de capital mínimo tal que las pérdidas no esperadas no rebasen el capital del banco hasta un coeficiente de confianza del 99.9%. Tercero, el plazo promedio de la cartera se supone que es de 2.5 años. Las exposiciones con plazos mayores necesitarán mantener más capital.

Para la exposición a carteras minoristas, los bancos deben proporcionar su propio cálculo de PI, PDI y EAI. Asimismo, para las categorías de activos minoristas, no es aplicable ningún ajuste de plazo. Así, el modelo de Vacisek se ve simplificado.

$$K = PNE = \left(PDI.N\left(\frac{\sqrt{\rho}N^{-1}(0.999) + N^{-1}(PI)}{\sqrt{1-\rho}} \right) - PI.PDI \right)$$

Para las exposiciones a hipotecas residenciales, $\rho = 0.15$. Para cuantificar la exposición a los créditos revolventes de las carteras minoristas (tarjetas de crédito), $\rho = 0.04$.

2. MODELOS ESTRUCTURALES DEL RIESGO DE CRÉDITO

El banco utiliza un modelo del riesgo de crédito para calcular la FDP de una cartera de créditos. En este sentido, los modelos de riesgo de crédito pueden dividirse en dos categorías principales: los estructurales y los de forma reducida. Los modelos estructurales se utilizan para calcular la probabilidad de incumplimiento de una empresa con base en el valor de sus activos y sus pasivos. La idea básica es que una empresa (con responsabilidad limitada) deja de pagar si el valor de sus activos es inferior a su deuda.

Los modelos de forma reducida por lo general suponen una causa de incumplimiento exógena. Modelan el incumplimiento como un evento aleatorio sin concentrarse en el balance de la empresa. Este evento aleatorio de incumplimiento se describe como una distribución de Poisson. Dado que los modelos de Poisson consideran la tasa de llegada, o la intensidad, de un evento específico, esta manera de modelar el riesgo de crédito también se conoce como modelo de intensidad de incumplimiento. En esta sección se analiza el enfoque estructural del riesgo de crédito. En el sección 3 se consideran los modelos de forma reducida.

Los modelos estructurales se iniciaron con Merton (1974) y utilizan el marco de fijación de precios de opciones de Black-Scholes para caracterizar el comportamiento de incumplimiento. Se emplean para calcular la probabilidad de incumplimiento de una empresa con base en el valor de sus activos y sus pasivos. El principal problema de estos modelos es que no se observa el valor de mercado de los activos de una compañía. El informe anual de un banco sólo proporciona una versión contable de sus activos. Pero para un banco que cotiza en bolsa, el valor de mercado de su capital accionario es observable, como lo es su deuda. El análisis que sigue se conoce como análisis de derechos contingentes (CCA, por sus siglas en inglés) y utiliza precios del capital accionario e información contable para medir el riesgo de crédito de las instituciones que cotizan en bolsa.

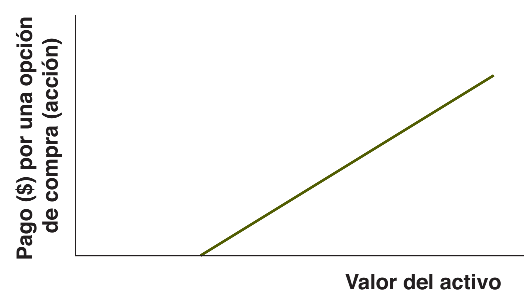
2.1 El capital accionario y la deuda como derechos contingentes

Los modelos estructurales del riesgo de crédito consideran los pasivos de una empresa (su capital accionario y su deuda) como *derechos contingentes* contra los activos subyacentes de la compañía. Como cabe la posibilidad de impago de la deuda, la deuda es riesgosa. La deuda riesgosa es el valor sin riesgo de incumplimiento de la deuda menos la pérdida esperada. El valor de la deuda riesgosa, entonces, se deriva del valor de los activos inciertos. Como la deuda riesgosa es un derecho sobre los activos inciertos, tales derechos se conocen como contingentes.

El capital accionario es un derecho subsidiario sobre los activos después de que la deuda ha sido pagada. Esto significa que el tenedor del capital accionario tiene una opción de compra sobre el valor de los activos de la compañía en el tiempo T, V_T, cuyo pago es cero o el valor de los activos menos los pasivos, D, lo que sea mayor. El precio de ejecución es el valor nominal de la deuda vigente, D. Esto se muestra en la gráfica 4.

Gráfica 4

PAGO POR CAPITAL ACCIONARIO



El valor de la opción de compra al plazo E_T depende del valor final del subyacente, V_T:

$$E_T = \max(V_T - D, 0).$$

El valor de la deuda riesgosa es el valor sin riesgo de incumplimiento de la deuda menos la garantía de la deuda.

Deuda riesgosa ≡ deuda sin riesgo – garantía contra incumplimiento.

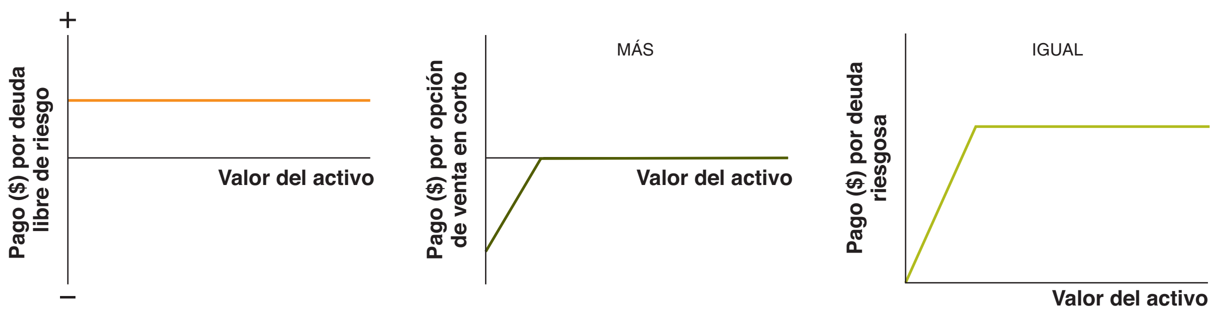
Si la deuda está garantizada con un activo específico, entonces la garantía contra el incumplimiento puede modelarse como una opción de venta sobre los activos cuyo precio de ejecución es igual al valor nominal de la deuda. El tenedor de la deuda está ofreciendo una garantía implícita, pues está obligado a absorber las pérdidas si ocurriera un incumplimiento.

Deuda riesgosa = deuda sin riesgo – opción de venta implícita

Garantía financiera = opción de venta implícita

Gráfica 5

DIAGRAMAS DE PAGO POR DEUDA RIESGOSA: DEUDA LIBRE DE INCUMPLIMIENTO MÁS OPCIÓN DE VENTA EN CORTO

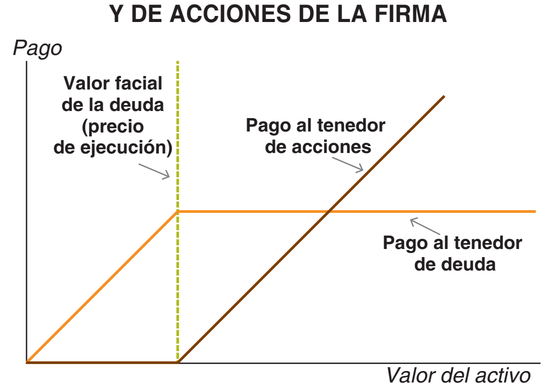


No hay ningún diagrama de pagos simple que corresponda a la perfección con el pago de la deuda. Es necesario replicar la liquidación de la deuda con una combinación de pagos por opciones y de otros valores también. Para empezar, consideremos la compra de un bono cupón cero del Tesoro del Reino Unido, que se considera como deuda sin riesgo. El pago por la deuda sin riesgo en comparación con el valor del activo es una línea horizontal plana, como se muestra en el primer diagrama de la gráfica 5. Sin importar cuánto cambie el valor del activo del banco, el tenedor del bono sólo recibe el valor nominal de este a su vencimiento. Al combinar el pago de un bono del Tesoro con el pago de una opción de venta en corto, obtenemos el pago por la deuda riesgosa como se muestra en el tercer diagrama de la gráfica 5. Invertir en deuda riesgosa es lo mismo que comprar un bono del Tesoro y suscribir una opción de venta sobre los activos de la compañía. Los tenedores de deuda efectivamente están dando a los tenedores de acciones el derecho de vender los activos de la empresa.

Las crisis financieras han elevado la incertidumbre de los tenedores de capital accionario y de deuda de un banco respecto a cómo cambiará el valor de los activos de la institución. Los acreedores de un banco tienen parte en el riesgo a la baja, pero reciben un pago máximo equivalente al valor nominal de la deuda. Los tenedores de capital accionario se benefician de las alzas cuando no ocurre un incumplimiento, pero su responsabilidad es limitada cuando hay caídas. Por lo tanto, la incertidumbre en el valor del activo del banco tiene un efecto asimétrico en el valor de mercado de la deuda y de las acciones. La asimetría en el pago a los tenedores de deuda y a los de acciones se muestra en la gráfica 6.

Gráfica 6

PAGO A LOS TENEDORES DE DEUDA Y DE ACCIONES DE LA FIRMA



2.2 Incertidumbre en el valor del activo

La idea fundamental detrás del CCA es que el riesgo de incumplimiento de una institución depende de la incertidumbre en el valor de sus activos respecto de los pagos prometidos por sus obligaciones de deuda. Los activos de un banco son inciertos y cambian debido a factores como los flujos de utilidades y las exposiciones al riesgo. El riesgo de incumplimiento en un horizonte dado depende de los cambios inciertos en el valor futuro de los activos en relación con los pagos prometidos sobre la deuda; a estos pagos se les suele denominar *barreras al incumplimiento*. Habiendo identificado la naturaleza de los pagos para los tenedores tanto de deuda como de acciones, el siguiente paso sería analizar cómo evolucionaría el valor de los activos de un banco en relación con una barrera al incumplimiento. Los activos estocásticos que evolucionan en relación con una barrera de pánico pueden utilizarse para determinar el valor de los pasivos con opciones implícitas. La probabilidad de que estos activos se ubiquen por debajo de la barrera de pánico es la probabilidad de incumplimiento, que es necesario calcular con el fin de cuantificar el riesgo de crédito.

Un proceso estocástico es un proceso aleatorio indexado por el tiempo. Digamos que $V(t)$ es el valor de los activos en el tiempo t. Los cambios entre cualesquiera dos puntos en el tiempo pueden ser explicados por un componente cierto (el término de deriva) y un componente de incertidumbre (el término aleatorio o estocástico). La deriva representa la tasa de crecimiento esperada (promedio) del valor del activo. El término estocástico es un paseo aleatorio donde la varianza es proporcional al tiempo y la desviación estándar es proporcional a la raíz cuadrada del tiempo. Representa la incertidumbre respecto a la evolución del valor del activo.

La dinámica de los activos que son inciertos sigue este proceso de *difusión*, con deriva y volatilidad, proporcionado por

$$\frac{dV}{V} = \mu dt + \sigma_V dZ \ .$$

Tal proceso en un tiempo continuo es un movimiento browniano geométrico (MBG) y dz es un proceso de Wiener, que normalmente se distribuye con una media de cero y con varianza unitaria. Una descripción más a fondo se encuentra en Baz y Chacko (2004).

Para un MBG, el valor del activo en el tiempo t puede calcularse a partir del valor del activo en el tiempo 0 utilizando la siguiente relación:

$$V_t = V_0 \exp\left[\left(\mu - \frac{\sigma_v^2}{2}\right)t + \sigma_v \varepsilon \sqrt{t}\right].$$

Aquí, ε es la ejecución de una variable aleatoria normal con media cero y varianza unitaria. El término de deriva se ajusta conforme al término $\sigma_v^2/2$, que debe incluirse si hay incertidumbre en la evolución de los activos. En un mundo de certidumbre, $\sigma_v = 0$ y, en este caso, $V_t = V_0 \exp(\mu_v t)$.

El activo en el tiempo t pudiera ser mayor o menor a una barrera D_t, la cual representa la cantidad de pagos prometidos sobre la deuda. Dado que los activos pueden caer por debajo de la barrera, podemos calcular la probabilidad de que $V_t < D_t$.

Utilizando la ecuación de arriba para V_t,

$$\text{Prob}(V_t \le D_t) = \text{Prob}\left(V_0 \exp\left[\left(\mu - \frac{\sigma_v^2}{2}\right)t + \sigma_v \varepsilon \sqrt{t}\right] \le D_t\right).$$

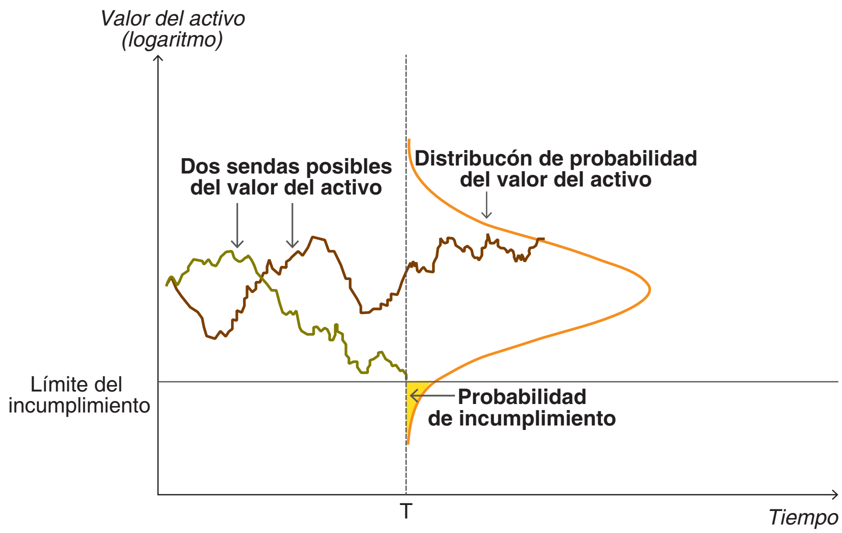
La reorganización de la probabilidad de que los activos sean inferiores o iguales que la barrera equivale a la probabilidad de que el componente aleatorio del rendimiento del activo, ε, sea inferior a $-d_2$.

El término d_2 se denomina *distancia hasta el incumplimiento* y es el número de desviaciones estándar que el valor actual del activo se aleja de la barrera al incumplimiento, D_t. Es un concepto propuesto por KMV Corporation y explicado en Kealhofer (2003). Dado que $\varepsilon \sim N(0, 1)$ está distribuido normalmente,

$$\text{Prob}(V_t \le D_t) = \text{Prob}(\varepsilon \le -d_2) \sim N(-d_2),$$

Gráfica 7

PROBABILIDAD DE INCUMPLIMIENTO



es decir, la probabilidad de incumplimiento de la deuda es la distribución normal estándar acumulativa de la distancia hasta el incumplimiento negativa, d_2. La gráfica 7 ilustra dos rutas posibles para el valor del activo de la empresa. Un mayor rendimiento del activo aumenta más rápidamente el valor del activo de la empresa, lo que reduce la probabilidad de incumplimiento si las otras cosas permanecen igual. Pero también hay incertidumbre acerca del crecimiento del valor del activo. La incertidumbre respecto al crecimiento del valor del activo significa que el rango de valores posibles para los activos de la compañía se amplía con el tiempo. La distribución de probabilidad del valor del activo en el tiempo T se desarrolla sobre el supuesto de que los activos financieros siguen una distribución logarítmica normal. Por lo tanto, el logaritmo del valor del activo sigue una distribución normal en un tiempo T. Si el valor del activo de la compañía cae por debajo de la línea horizontal (el límite del incumplimiento), se da un incumplimiento. La probabilidad de incumplimiento es la zona debajo de la barrera al incumplimiento en la gráfica 7. Para llegar a la probabilidad de incumplimiento, necesitamos calcular la media y la varianza de la distribución de probabilidad.

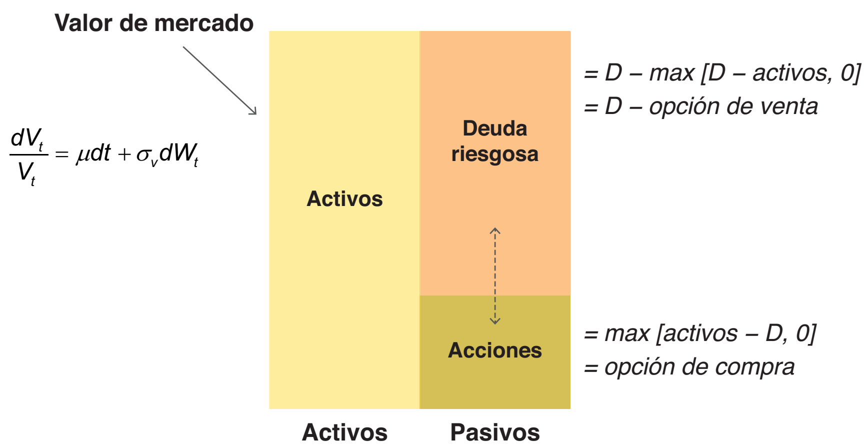
2.3 CÁLCULO DE LA PROBABILIDAD DE INCUMPLIMIENTO

La gráfica 8 muestra una identidad del balance que siempre se mantiene: los activos equivalen al valor de la deuda en riesgo más el capital. El valor del activo es estocástico y pudiera caer por debajo de los pasivos por pagar que constituyen el punto de quiebre (la *barrera al incumplimiento*), *D*. *D* se define como el valor presente de los pagos prometidos sobre la deuda, descontados a la tasa sin riesgo.

Los pasivos pendientes de la compañía constituyen el punto de quiebre cuya densidad estándar normal define la *distancia hasta el incumplimiento* en relación con el valor de la empresa. El valor del capital accionario es el valor de una opción de compra implícita sobre los activos cuyo precio de ejecución es igual a la barrera al incumplimiento. El valor del capital accionario puede computarse como el valor de una opción de compra como se muestra en la ecuación 2.1

Gráfica 8

EVOLUCIÓN DEL BALANCE



2.1 $$E(t) = V(t)N(d_1) - De^{-rt}N(d_2),$$

donde los factores d_1 y d_2 los proporcionan:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{V_0}{D}\right) + \left(r + \frac{\sigma_v^2}{2}\right)T}{\sigma_v\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma_A\sqrt{T} = \frac{\ln\left(\frac{V_0}{D}\right) + \left(r - \frac{\sigma_v^2}{2}\right)T}{\sigma_v\sqrt{T}},$$

donde r es la tasa sin riesgo, σ es la volatilidad del valor del activo y $N(d)$ es la probabilidad de que la función de densidad normal estándar sea inferior a d.

El valor presente de las pérdidas esperadas implícitas en el mercado asociadas a las obligaciones pendientes puede valorarse como una opción de venta implícita, que se calcula con el umbral de incumplimiento D como precio de ejecución sobre el valor del activo V. La opción de venta implícita es proporcionada por:

2.2 $$P(t) = De^{-rt}\left(N(-d_2)\right) - V_0N(-d_1).$$

El valor de la deuda riesgosa B es, por lo tanto, el valor sin riesgo de incumplimiento menos la pérdida esperada, como lo proporciona la opción de venta implícita:

2.3 $$B = De^{-rt} - P(t).$$

El valor de mercado de los activos de los bancos no puede observarse directamente, pero puede inferirse utilizando los precios de los activos financieros. A partir de los precios observados y de las volatilidades de los valores cotizados en bolsa, es posible estimar los valores implícitos y las volatilidades de los activos subyacentes en los bancos. Usando técnicas numéricas, también pueden estimarse directamente los activos y su volatilidad para calibrar el modelo de Merton. En la ecuación 2.1, ni V ni σ_v son observables directamente. Sin embargo, si la compañía cotiza en bolsa, entonces observamos E. Esto significa que la ecuación 2.1 proporciona una condición que debe ser satisfecha por V y σ_v. σ_E también puede calcularse a partir de los datos históricos. Con el fin de calibrar el modelo de Merton, necesitamos encontrar una segunda ecuación en estas dos variables desconocidas, V y σ_V. Para hacerlo, invocamos el lema de Ito como sigue:

$$dE_t = \frac{\delta E}{\delta V} dV_t + \frac{1}{2}\sigma_v^2 \frac{\delta_E^2}{\delta V^2}\left(dV_t\right)^2.$$

Utilizando el lema de Ito también podemos enunciar que:

$$\sigma_E E = \frac{\delta E}{\delta V}\sigma_v V,$$

donde $\frac{\delta E}{\delta V}$ es la delta del capital accionario. Puede probarse que esta delta es:

$$\sigma_E E = N\left(d_1\right)\sigma_v V.$$

Significativamente, a partir de lo anterior podemos relacionar la volatilidad desconocida de los valores de los activos a la volatilidad observable del capital accionario:

2.4
$$\sigma_v = \left(\frac{V}{E}\frac{\delta E}{\delta V}\right)^{-1}\sigma_E.$$

Esto proporciona otra ecuación que debe ser satisfecha por V_0 y δ_V.

Por lo tanto, calibrar el modelo de Merton requiere conocer el valor del capital accionario E, la volatilidad del capital accionario, σ_E y la barrera de pánico como variables de entrada para las ecuaciones $E(t) = V(t)N(d_1) - De^{-rt}N(d_2)$ y $E\sigma_E = V\sigma_v N(d_1)$, con el fin de calcular el valor implícito del activo V y la volatilidad implícita del activo σ_V.

2.4 Aplicación del modelo de Merton

Ilustremos el procedimiento del modelo de Merton, descrito antes, con un ejemplo. Para hacerlo, inicializamos los parámetros del modelo de Merton con los siguientes valores:

- $V = 100$; valor del activo.
- $D = 90$; valor de la deuda sin riesgo de incumplimiento o *barrera al incumplimiento.*
- $r = 0.05$ (5%); tasa de interés sin riesgo.
- $\sigma_V = 0.10$ (10%); incertidumbre del rendimiento del valor del activo.
- $T = 1$; tiempo para el vencimiento.

La solución del modelo arroja el valor del capital accionario, *E,* y de la deuda riesgosa, *B.* Utilizando un procedimiento iterativo, el resultado del modelo de Merton da 14.63 como valor de E y 85.37 como valor de B. La probabilidad neutral al riesgo de que la compañía deje de pagar su deuda es $N(-d_2)$. La probabilidad neutral al riesgo de incumplimiento describe la posibilidad de que una empresa caiga en situación de incumplimiento, si esta opera en una economía neutral al riesgo, es decir, en la que los inversionistas no obtienen una prima por tomar un riesgo de incumplimiento.

La probabilidad neutral al riesgo de incumplimiento $N(-d_2)$ es 6.63% para un año.

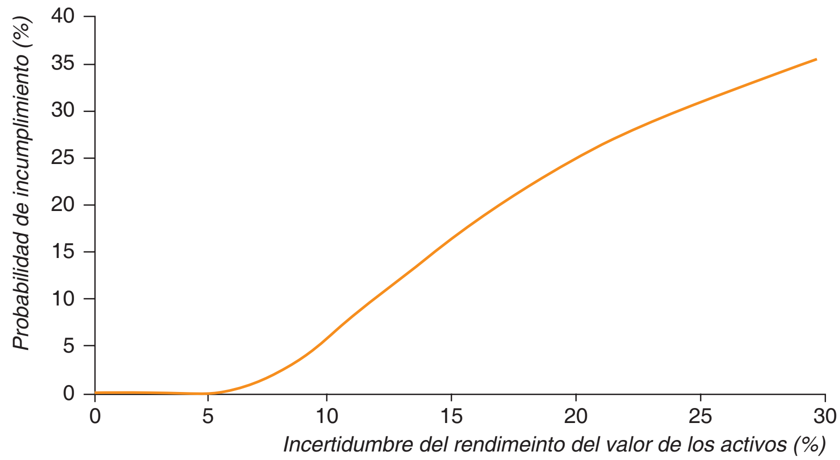
Como estamos modelando el riesgo de crédito, deseamos estimar el diferencial crediticio *s.* Esta es la prima de riesgo requerida para compensar la pérdida esperada (PE). El diferencial crediticio *S* es el diferencial entre la tasa hasta el vencimiento, *y,* sobre la tasa de interés sin riesgo *r.*

El rendimiento al vencimiento para la deuda riesgosa *B*, cuya notación es *y,* se obtiene de la siguiente manera:

$$B = De^{-yT}$$
$$y = \frac{\ln\left(\frac{D}{B}\right)}{T}$$
$$s = y - r = 0.0028.$$

Gráfica 9

VARIACIÓN DE LA PROBABILIDAD DE INCUMPLIMIENTO CON INCERTIDUMBRE DE ACTIVOS



Por lo tanto, el diferencial crediticio para la deuda riesgosa es igual a 28 puntos básicos (0.28%). Para más detalles sobre este método con el fin de estimar el riesgo de crédito soberano, ver Gray *et al*. (2008).

Utilizando los mismos parámetros del modelo, podemos hacer un análisis de sensibilidad variando del 0% al 30% la incertidumbre del valor del activo. La gráfica 9 muestra cómo va aumentando la probabilidad de incumplimiento conforme aumenta la volatilidad en el valor del activo. Esto implica que, si el valor de los activos del banco fluctúa con el tiempo, aumenta la probabilidad de que disminuya hasta ser inferior al valor de la deuda al vencimiento.

El método CCA es útil porque proporciona probabilidades prospectivas de incumplimiento que toman en cuenta tanto el grado de apalancamiento como la perspectiva de los participantes del mercado respecto a la calidad crediticia. En el marco de las pruebas de resistencia, proporciona un referente estandarizado del riesgo de crédito (probabilidades de incumplimiento) que facilita las comparaciones entre sectores y entre densidades. Sin embargo, el CCA sólo puede aplicarse a entidades cuyas acciones cotizan en bolsa o con diferenciales de CDS muy líquidos, y no puede consignar la liquidez ni el riesgo de renovación de financiamiento.

3. MODELOS DE FORMA REDUCIDA

En el modelo estructural de riesgo de crédito, el valor del activo subyacente sigue un MBG estándar sin saltos y con una deriva y volatilidad constantes:

$$\frac{dV_t}{V_t} = \mu dt + \sigma dW_t \; .$$

Como ya dijimos, este es el proceso de difusión del valor del activo en el modelo de Merton (1974). Una variable estocástica V_t puede seguir un MBG como el ya descrito y, además, registrar, en la sima de este, saltos aleatoriamente cuando desciende a un valor más bajo. Desde estos valores posteriores al salto, puede retomar el proceso de difusión original hasta el siguiente salto, y así sucesivamente. Podemos ampliar la ecuación agregando un proceso de salto:

$$\frac{dV_t}{V_t} = \mu dt + \sigma dW_t + (J-1) dY_t .$$

La ocurrencia del salto se modela utilizando un proceso de Poisson Y_t con intensidad λ:

dY_t es un proceso de salto definido por

$$dY_t = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases} \text{con probabilidades} \quad \begin{matrix} (1-\lambda) dt \\ \lambda dt \end{matrix},$$

el tamaño del salto J se obtiene aleatoriamente a partir de una distribución con función de densidad de probabilidad *P(J)* que es independiente tanto del movimiento browniano como del proceso de Poisson. Intuitivamente, si hay un salto ($dY = 1$), V inmediatamente asume un valor *JV.* Por ejemplo, una caída súbita del 10% en el precio del activo podría modelarse fijando J = 0.9.

En el método estructural, el término *dY* está ausente; el valor de la empresa se modela como un proceso continuo y el incumplimiento ocurre cuando el valor alcanza alguna barrera. En los modelos de forma reducida, el hincapié se hace en el proceso de salto *dY* y el incumplimiento ocurrirá en el primer salto de *J.*

3.1 Intensidad del incumplimiento

En la forma reducida o en los modelos de intensidad del incumplimiento, la herramienta fundamental es el proceso de Poisson. Empezaremos por demostrar sus propiedades. Suponemos que hay extracciones constantes de la distribución de Poisson y que cada extracción produce ya sea un 0 o un 1. La mayoría de las extracciones dan por resultado un 0, pero cuando la extracción da por resultado un 1, este representa un incumplimiento. La distribución de Poisson especifica que el tiempo entre la ocurrencia de este suceso en particular y la ocurrencia previa del mismo suceso tiene una distribución exponencial. El recuadro 2 formaliza el proceso de Poisson.

RECUADRO 2

EL PROCESO DE POISSON Y LAS DISTRIBUCIONES

Un proceso de Poisson es un proceso de *llegadas* en el que N_t es el número de llegadas del tiempo 0 al tiempo *t,* y,

- Todas las llegadas tienen un tamaño de 1.
- Para toda t, $s > 0$, $N_{t+s} - N_t$ es independiente de la historia hasta *t.*
- Para toda t, $s>0$, $N_{t+s} - N_t$ es independiente de *t.*

La probabilidad de *k* llegadas en un tiempo *t* tiene una distribución de Poisson:

$$\text{Prob}(\text{N}_t = \text{k}) = \frac{e^{-\lambda t}(\lambda t)^k}{k!}.$$

Y el número esperado de llegadas entre 0 y *t* es:

$$E[t_1] = \lambda t.$$

Es importante señalar que λ tiene una dimensión temporal. Por ejemplo, si se refiere a un año, entonces $t = 1$, arriba da las llegadas esperadas en un año; $t = 1/52$ da las llegadas esperadas en una semana.

El tiempo de espera esperado (t_1) hasta la primera llegada es:

$$E[t_1] = \frac{1}{\lambda};$$

y la probabilidad de ninguna llegada entre 0 y *t* es:

$$\text{Prob}(N_t = 0) = e^{-\lambda t}.$$

El mismo parámetro, λ, determina todas las magnitudes de arriba: nos da los tiempos de espera y el número esperado de llegadas antes de un tiempo dado. λ tiene varios nombres, como *tasa de riesgo*, *tasa de llegada* o *intensidad de llegada.* Las llegadas N_t pueden utilizarse para representar la llegada de incumplimientos en una cartera de bonos, por ejemplo.

Cuando el proceso de Poisson se utiliza para el riesgo de crédito, la tasa de llegada se conoce como intensidad de incumplimiento y normalmente se representa por λ.

- La probabilidad de incumplimiento entre 0 y t es:

$$\text{Prob}(\text{incumplimiento}) = 1 - e^{-\lambda t}.$$

- La probabilidad de ningún incumplimiento entre 0 y t es:

$$\text{Prob}(\text{no incumplimiento}) = e^{-\lambda t}.$$

- El tiempo esperado hasta el incumplimiento (es decir, el primer y único incumplimiento posible) es:

$$E[t_d] = \frac{1}{\lambda}.$$

3.2 Instrumentos de capital convertible contingente

Aplicaremos el modelo de intensidad de incumplimiento, descrito arriba, para determinar el precio de los instrumentos de capital convertible contingente (CoCo). Un CoCo es un bono que se convertirá en acciones o sufrirá un castigo en su valor nominal en cuanto el capital del banco emisor disminuya a menos de cierta cantidad definida. Esta cantidad de activación es el punto en el que el banco es considerado como carente de capital regulatorio suficiente. Una gran lección de la crisis financiera es que los instrumentos de capital regulatorio en el futuro deben ser capaces de absorber las pérdidas con el fin de contribuir a que los bancos sigan siendo *entidades en funcionamiento*. La activación de la conversión del bono a acciones o del castigo en el valor nominal ocurre cuando el banco aún es una entidad en funcionamiento. La conversión debe ocurrir antes de que los bancos tengan que castigar el valor en libros de sus activos y mucho antes de que desencadenen medidas resolutorias. Un suceso desencadenante es una barrera que causa otro suceso, en este caso la conversión del CoCo. El riesgo de conversión puede compararse con un riesgo de incumplimiento.

Un CoCo puede convertirse en un número predefinido de acciones. Otra posibilidad es que el valor nominal de la deuda se reduzca en libros. Este análisis se concentra en la conversión de un CoCo en acciones y en el concepto de la tasa de recuperación. Para un análisis de las características de los CoCo, ver Haldane (2011). Un análisis cuantitativo adicional se encuentra en Spiegeleer y Schoutens (2011).

El número de acciones recibidas por bono convertido es el coeficiente de conversión C_r. El precio de conversión (C_p) de un CoCo con un valor nominal F es el precio de compra implícito de las acciones subyacentes en el suceso desencadenante:

$$C_p = \frac{F}{C_r}. \tag{3.1}$$

Si el bono se convierte en acciones, la pérdida para el inversionista (L_{CoCo}) depende del coeficiente de conversión (C_r) y del valor S^* de las acciones cuando ocurre la activación. Por lo tanto, si el CoCo se activa y una conversión ocurre:

$$L_{CoCo} = F - C_r S^* = F\left(1 - \frac{S^*}{C_p}\right) = F\left(1 - R_{CoCo}\right). \tag{3.2}$$

La ecuación 3.2 plantea la introducción de una tasa de recuperación para un bono CoCo. Entonces, con la notación de arriba, la tasa de recuperación R_{CoCo} se define como:

$$R_{CoCo} = \frac{S^*}{C_p}. \tag{3.3}$$

La tasa de recuperación R_{CoCo} estará determinada por el precio de conversión, C_p, y por S^*, el precio de las acciones al momento de conversión. Cuando más cercano esté el precio de conversión C_p al precio de mercado S^* de las acciones en la fecha de activación, más alto será el coeficiente de recuperación.

3.3 DETERMINACIÓN DEL PRECIO DE LOS BONOS COCO

Hay diferentes maneras de fijar el precio de los bonos CoCo. En este análisis, vemos el bono CoCo como un instrumento de crédito y fijamos su precio con un método de forma reducida. Al principio de este capítulo se explicó que, con un método de forma reducida, se utiliza un parámetro de intensidad de incumplimiento λ para modelar el incumplimiento. A esto también se conoce como determinación del precio de derivados de crédito. Los instrumentos de crédito por lo general cotizan con base en su diferencial de crédito con respecto a la tasa de interés sin riesgo. El diferencial de crédito CS está vinculado a la tasa de recuperación (1–R) y a la intensidad de incumplimiento mediante lo que se conoce como el triángulo del crédito:

3.4
$$cs = (1-R)\times\lambda\,.$$

El diferencial del crédito es el producto de la pérdida (*1–R*) y la probabilidad instantánea de que tal pérdida ocurra (λ). La aplicación de este principio nos permite ver el suceso desencadenante que convierte un CoCo en acciones como un suceso extremo parecido al que ocurre en el mercado de canjes de riesgo crediticio. Entonces, la activación de la conversión del CoCo puede modelarse como un suceso extremo. La intensidad de incumplimiento λ es reemplazada por una intensidad de activación λ_{activ} cuyo valor es más elevado que la intensidad de incumplimiento correspondiente. A partir de la ecuación 3.4 podemos determinar el valor del diferencial de crédito de un CoCo utilizando el triángulo del crédito.

3.5
$$CS_{CoCo} = (1-R_{CoCo})\,x\lambda_{activ}\,.$$

Este método puede aplicarse a la fijación del precio de los CoCos después de hacer algunos ajustes. Primero, para prevenir un incumplimiento por parte del banco, la conversión del CoCo debe ocurrir antes del tiempo de incumplimiento. Esto implica que la intensidad de incumplimiento de la conversión λ_{activ} tiene que ser mayor que la intensidad de incumplimiento de la propia entidad, a saber, el banco. Esto es porque el CoCo cumplirá su propósito si se convierte antes de que el banco incurra en un incumplimiento.

La intensidad de la activación λ_{activ} está vinculada a la probabilidad de que se alcance la activación, P_{activ}, de acuerdo con el proceso de Poisson:

3.6
$$P_{activ} = 1-e^{-\lambda_{activ}T},$$

donde T es el plazo del bono CoCo. La probabilidad de que se alcance la activación sería equivalente a alcanzar una barrera en un marco de opción de barrera. La ecuación 3.6 da la probabilidad de que el CoCo incumpla en el tiempo T. Al resolver la ecuación 3.6 para λ_{activ}, obtenemos lo siguiente:

3.7
$$\lambda_{activ} = \frac{\log(1-P_{activ})}{T}.$$

Por ende, la ecuación 3.5 para el diferencial de crédito del CoCo tiene la siguiente solución computable:

3.8
$$\begin{aligned} CS_{CoCo} &= \lambda_{activ}(1-R_{CoCo}) \\ &= -\frac{\log(1-P_{activ})}{T}\left(1-\frac{S^*}{C_p}\right). \end{aligned}$$

Es difícil determinar el precio de los CoCo debido a su sensibilidad a la probabilidad de activación. Spiegeleer y Schoutens (2011) muestran que en un modelo de Black-Scholes, la probabilidad p^* de alcanzar S^* es proporcionada por:

3.9
$$p^* = N\left(\frac{\log\left(\frac{S^*}{S}\right)-\mu T}{\sigma\sqrt{T}}\right)+ \\ +\left(\frac{S^*}{S}\right)^{\frac{2\mu}{\sigma^2}} N\left(\frac{\log\left(\frac{S^*}{S}\right)+\mu T}{\sigma\sqrt{T}}\right).$$

- $\mu = r - q - \frac{\sigma^2}{2}$,
- q = rendimiento del dividendo continuo,
- r = tasa de interés continua,
- σ = volatilidad,
- T = plazo del bono convertible contingente, y
- S = precio actual de la acción.

Esto permite una solución cerrada y también favorece una mejor apreciación de las cualidades de absorción de pérdidas del bono CoCo.

4. RIESGO DE CRÉDITO DE LA CONTRAPARTE

El riesgo de crédito de la contraparte (RCC) es que la otra parte en una transacción incumpla antes de la liquidación de los flujos finales de efectivo. Este riesgo se presenta en los derivados extrabursátiles, valores para el financiamiento de transacciones y las operaciones con liquidación en el largo plazo. El RCC tiene las siguientes características generales:

- es bilateral (es decir, cada parte puede tener una exposición a la contraparte);
- lo que se conoce hoy es sólo la exposición actual;
- es aleatorio y depende de la posible exposición futura.

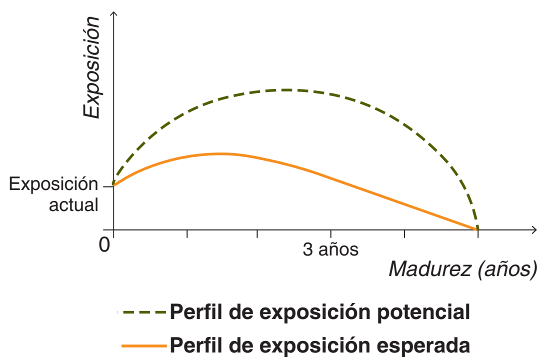
Estas características diferencian el RCC del riesgo de crédito. A diferencia del riesgo de mercado, el RCC ocurre cuando el valor de mercado de las transacciones está a nuestro favor (es decir, una valoración a precio de mercado positiva) y la contraparte incumple. Por lo general, la cuantificación del RCC implica:

- simular los factores de riesgo en múltiples puntos futuros en el tiempo durante la vida de la cartera;
- recalcular el precio de las posiciones en cada punto en el tiempo;
- agregar posiciones de manera coherente con la trayectoria, tomando en cuenta la posición neta y la garantía.

La gráfica 10 muestra que la cuantificación de la exposición implica lograr un equilibrio entre dos efectos. Primero, la incertidumbre de las variables del mercado y, por lo tanto, que el riesgo aumenta conforme avanzamos en el tiempo. Segundo, los contratos de derivados implican flujos de efectivo que se van pagando con el tiempo y reducen el perfil de riesgo conforme los valores subyacentes se amortizan con el tiempo. Por ejemplo, en un contrato de canje de tasa de interés a cinco años, la exposición máxima para el operador es improbable que ocurra en el primer año porque hay menos incertidumbre respecto a las tasas de interés en ese periodo. También es improbable que ocurra en el último año, dado que para entonces ya se habrán realizado la mayoría de los pagos del canje. Es más probable que la exposición máxima se dé a la mitad del contrato. Un análisis de los diferentes métodos para cuantificar el RCC se encuentra en Gregory (2011).

Gráfica 10

CUANTIFICACIÓN DEL RIESGO DE CRÉDITO DE CONTRAPARTE



4.1 Ajustes al valor del crédito

El ajuste de valuación crediticia (AVC) suele mencionarse en el contexto del riesgo de mercado y el RCC. Es una corrección que los bancos hacen al valor de las transacciones para reflejar las posibles pérdidas futuras en que podrían incurrir debido al incumplimiento de la contraparte. El AVC es la diferencia entre el precio de un derivado con riesgo crediticio y el precio de un derivado sin riesgo de incumplimiento que da cuenta de la pérdida esperada por un incumplimiento de la contraparte. Los bancos reconocen el riesgo de contraparte en las operaciones con derivados y hacen ajustes al valor del crédito. El acuerdo de Basilea II informa que dos terceras partes de las pérdidas por riesgo de crédito durante la crisis financiera mundial se debieron a la volatilidad de este tipo de ajustes, más que en los incumplimientos reales. El AVC también forma parte integral del acuerdo de Basilea III; sin embargo, es básicamente una valoración y un precio apegado al mercado y no sustituye la administración tradicional del riesgo de crédito de contraparte.

Cuando se presenta este riesgo, el valor de un derivado puede anotarse como:

4.1 $$X = X_f - AVC,$$

donde X es el valor del derecho. X_f es el valor sin riesgo de crédito del activo y AVC es el ajuste al valor del crédito que varía conforme a la solvencia de la contraparte. AVC es por definición ≥ 0. De la ecuación 4.1 se tiene que un derivado con riesgo crediticio tiene un precio más bajo que un derivado sin riesgo. Esto se debe a que el comprador del derivado con riesgo crediticio (comúnmente un operador) reduce el precio del derivado para tomar en cuenta el riesgo de crédito de la contraparte (el vendedor del derivado). En particular, si la contraparte incumple, el comprador del derivado no recibirá pago alguno por el derivado. El AVC es un ajuste porque el comprador del derivado corrige (reduce) el precio del derivado debido al riesgo de crédito.

El AVC es proporcionado por:

4.2 $$AVC = PDI\sum_{t=1}^{T} FD_t EE_t PI_t,$$

donde:

- *PDI* es la pérdida dado el incumplimiento;
- FD_t es el factor de descuento para el plazo *t;*
- EE_t es la exposición esperada en el tiempo *t*; y
- PI_t es la probabilidad (condicional) de incumplimiento en el tiempo *t.*

El valor del AVC es una función creciente tanto de la probabilidad de que la contraparte incumpla, como de la exposición esperada en el tiempo del incumplimiento. Puede verse en la ecuación 4.2 que una PI más elevada, una PDI más elevada y una EE más elevada incrementarían el AVC. El AVC de los bancos aumentó notablemente durante la crisis financiera. Las reformas regulatorias se orientaron a reducir la magnitud del AVC. El punto de partida sería reducir la probabilidad de incumplimiento de los bancos o disminuir las exposiciones esperadas.

4.2 Exposiciones esperadas con reposición de garantía y sin ella

EE_t es el valor esperado *estando bien de dinero (in the money)* del contrato. Si una contraparte está *in the money* en un contrato de derivados, $X_t > 0$

- Si no hay garantías, entonces:

4.3 $$EE_t = E\left(\max\left\{X_t, 0\right\}\right).$$

La ecuación 4.3 muestra una exposición sin garantía. Es decir, la exposición esperada cuando la garantía no se intercambia.

Si introducimos la reposición de garantía (RG) que se calcula cada día (o dentro del día) conforme al mercado, la exposición esperada (EE) disminuye. Es así como las contrapartes en una transacción con derivados intercambian pérdidas y ganancias.

- Si hay reposiciones diarias de garantías:

4.4 $$EE_t = E\left(\max\left\{X_t - RG, 0\right\}\right),$$

donde $RG_t = \max\left\{X_{t-1}, 0\right\}$.

La RG se basa en el valor del contrato el día previo. Para la contraparte que permite estar *in the money*, X_{t-1} es positiva. Las reposiciones de garantía están planeadas para garantizar que la exposición esperada nunca se vuelva excesiva.

Los márgenes iniciales (MI) tienen el objeto de cubrir las pérdidas potenciales en los contratos de derivados dentro del precio, en caso de que haya incumplimiento de la contraparte. Sus rangos se basan en un modelo que considera los movimientos del producto y los históricos del mercado. En el caso de las transacciones bilaterales, ambas partes pagan y los márgenes se segregan. Si hay liquidación central, todos los afiliados a la cámara de compensación pagan a un fondo común centralizado.

Con reposición diaria de garantía y un margen inicial,

4.5 $$EE_t = E\left(\max\left\{X_{t+m} - RG - MI_t, 0\right\}\right),$$

donde el MI se fija como un VaR a *n* días, es decir, $P(X_n - X_0 > MI_n) = 1 - \alpha$, y suponemos un periodo de riesgo de *m* días de garantía.

Si hay incumplimiento de la contraparte, el contrato tendrá que ser reemplazado en el mercado. Debido a fluctuaciones en la liquidez del mercado, no siempre será posible reemplazar el contrato inmediatamente después del incumplimiento. El VaR a *n* días se basa en el número de días que tomaría hacerlo. El periodo de riesgo de *m* días de margen implicaría que la contraparte está expuesta al valor fluctuante del contrato *m* días en el futuro. El MI tiene como finalidad mitigar esta pérdida. Supongamos que tomara hasta cinco días encontrar una nueva contraparte para el contrato y que, en condiciones de mercado normales, no se espera que el precio se mueva más de cinco libras a cinco días con probabilidad del 99%. Entonces, si el margen inicial se fija en cinco libras, un operador quedará protegido contra el incumplimiento de una contraparte con una confianza del 99%. Un VaR del 95% implicaría que en 95 de cada 100 casos, la contraparte contará con garantía suficiente para cubrir esta pérdida. En la práctica, el intervalo de confianza normalmente es del 99.7 por ciento.

La constitución de una garantía para derivados extrabursátiles en el mercado bilateral históricamente ha sido discrecional. Durante la crisis financiera de 2007-2009 se dieron elevadas exposiciones bilaterales que, en muchos casos, no gozaban de garantía suficiente. Una proliferación de contratos redundantes que se traslapaban exacerbó el riesgo de crédito de la contraparte. Desde entonces, las garantías han cobrado protagonismo en las transacciones con derivados extrabursátiles para mitigar el riesgo de crédito de la contraparte. Para fortalecer el mercado de derivados extrabursátiles, el G20 ha dictaminado que todos los contratos estandarizados se compensen mediante contrapartes centralizadas y que se formulen normas para garantizar las operaciones que no se compensan centralmente. Los requerimientos de garantías más estrictos para las operaciones compensadas bilateralmente también mejorarán la administración del riesgo. Sin embargo, la obligatoriedad de la compensación centralizada para los derivados extrabursátiles, en conjunto con las reformas regulatorias propuestas, como las de Basilea III, posiblemente aumentarán la demanda de garantías en general. Sidanus y Zikes (2012) han hecho una valoración de cómo la reforma a los derivados extrabursátiles incrementará la demanda de activos de alta calidad como garantía.

6. APÉNDICE

CÁLCULO DE LA VARIABLE DE ESTADO NO OBSERVADO UTILIZANDO EL FILTRO DE KALMAN

El filtro de Kalman es una serie de ecuaciones que permite la actualización de un estimador en cuanto se dispone de una nueva observación. Primero forma una variable predictiva óptima del vector S de la variable de estado no observado dados sus valores calculados previamente. Estos cálculos de las variables de estado no observado posteriormente se actualizan utilizando la información proporcionada por las variables observadas.

Digamos que Y_t es una serie de variables observables m en un tiempo t. El modelo puede anotarse como:

1

$$\begin{aligned}
Y_t &= \beta s_t + \phi Y_{t-1} + \psi \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \\
s_{t+1} &= \alpha s_t + \eta_{t+1} \\
s_0 &\sim N(S_0, p_0) \\
\varepsilon_t &\sim N\left(0, I\sigma_\varepsilon^2\right) \\
\eta_t &\sim N(0,1) \\
t &= 0, 1, \ldots, T.
\end{aligned}$$

Donde s_t es el proceso estocástico escalar que representa el estado de las condiciones macrofinancieras; β es el vector de dimensión m de cargas del factor; ϕ es una matriz diagonal $m \times m$ de los coeficientes AR(1); φ

es una matriz diagonal de los coeficientes MA(1); α es el coeficiente autorregresivo del proceso estocástico no observable s_t; ε_t es un proceso de ruido blanco multivariado gaussiano con varianza diagonal y matriz de covarianza $I\sigma_\varepsilon^2$; y η_t es un ruido blanco gaussiano escalar con varianza unitaria.

Con el fin de cerrar el modelo, necesitamos especificar las condiciones iniciales del proceso estocástico s_t. Por lo tanto, suponemos que s_0 tendrá una distribución normal con una media S_0 y una varianza p_0.

El factor común S_t en el tiempo t se obtiene como valor esperado del proceso s_t. Los parámetros del modelo pueden calcularse reescribiendo la ecuación 1 en forma de espacio de estado y usando el filtro de Kalman. Una representación de estado de espacio equivalente de 1 puede obtenerse como

2 $$Y_t = F\theta_t,$$

3 $$\theta_{t+1} = G\theta_t + Ru_{t+1}$$
$$\theta_0 \sim N(\Theta_0 P_0).$$

La ecuación 2 es la ecuación de medición que relaciona las variables macroeconómicas y financieras observables con las variables de estado no observable (θ_t). La ecuación 3 es la ecuación de estado y consigna las dinámicas de la variable de estado latente θ_t. El algoritmo funciona como un proceso de dos pasos. En el paso de predicción, el filtro de Kalman genera estimaciones de las variables de estado actual, así como la incertidumbre correspondiente de las estimaciones. Una vez que la siguiente medición se observa (con algo de ruido), estas estimaciones se actualizan.

Con el modelo anotado en forma de espacio de estado, la estimación de los parámetros del modelo puede obtenerse mediante la maximización de la probabilidad.

El filtro de Kalman permite calcular la media condicional $E\left(\theta_t | Y_t, Y_{t-1}, \ldots, Y_0\right) = \Theta_t$ y la varianza condicional $Var\left(\theta_t | Y_t, Y_{t-1}, \ldots, Y_0\right) = P_t$.

Las recursiones de Kalman que nos permiten computar el factor común S_t como el primer elemento del vector Θ_t son:

4 $$v_t = Y_t - F\Theta_t,$$

5 $$Z_t = FP_tF',$$

6 $$K_t = GP_tF'Z_t^{-1},$$

7 $$L_t = G - K_tF,$$

8 $$\Theta_{t+1} = G\Theta_t + K_tv_t,$$

9 $$P_{t+1} = GP_tL_t' + W;$$

que se repiten a partir de $t = 0$. La matriz K_t en 7 se conoce como la ganancia de Kalman.

Las recursiones de Kalman se obtienen a partir de la fórmula de la media condicionada y de la varianza condicionada en una distribución multinormal. Una distribución normal se caracteriza plenamente por sus dos primeros momentos y la función de probabilidad exacta se obtiene como subproducto del algoritmo del filtro de Kalman. Con el fin de inicializar el filtro, necesitamos especificar Θ_0 y P_0. Una posible opción es suponer que estos parámetros son fijos y calcularlos utilizando la probabilidad máxima. Suponiendo que $\theta \sim N\left(\Theta_0, P_0\right)$, donde Θ_0 y P_0 son conocidos, y dejando que ψ denote la serie de parámetros que se van a calcular, es decir, $\psi = \{F, G, R\}$, la función de probabilidad se puede escribir como:

10 $$L(\psi) = p\left(y_0\right)\prod_{t=1}^{T} p\left(y_t | Y_{t-1}\right).$$

Dado que:

$$E\left(y_t | Y_{t-1}\right) = E\left(F\theta_t | Y_{t-1}\right) = F\Theta_t$$
$$v_t = y_t - F\Theta_t$$
$$Var\left(y_t | Y_{t-1}\right) = Var\left(v_t\right) = W,$$

Entonces,

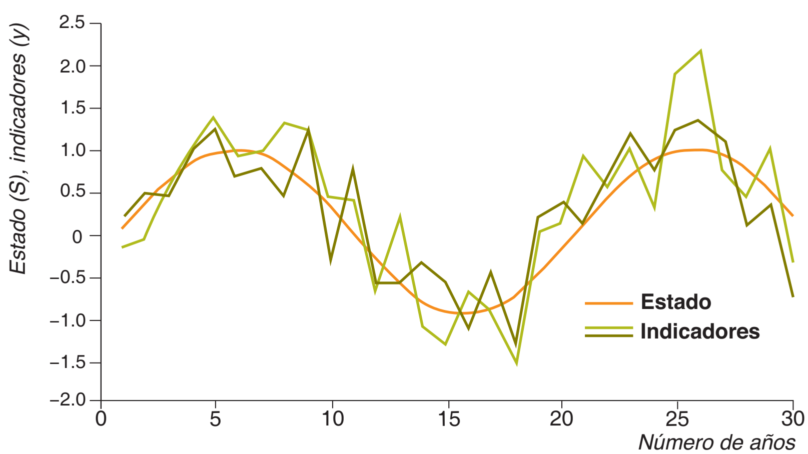
$$L(\psi) = \prod_{t=1}^{T} p\left(v_t\right) \qquad v_t \sim N\left(0, W\right).$$

Por lo tanto, el valor de la función de probabilidad puede computarse directamente a partir de las recursiones de Kalman en las ecuaciones 4 a 9 y el máximo de $\log\left(L(\psi)\right)$ puede obtenerse numéricamente.

La gráfica 11 muestra el factor común S de *estado verídico,* en torno al cual construimos los macroindicadores. Hemos considerado dos macroindicadores (las líneas verdes) en un escenario de 30 años. Han sido simulados a partir de una serie de números aleatorios y no se basan en datos reales.

Gráfica 11

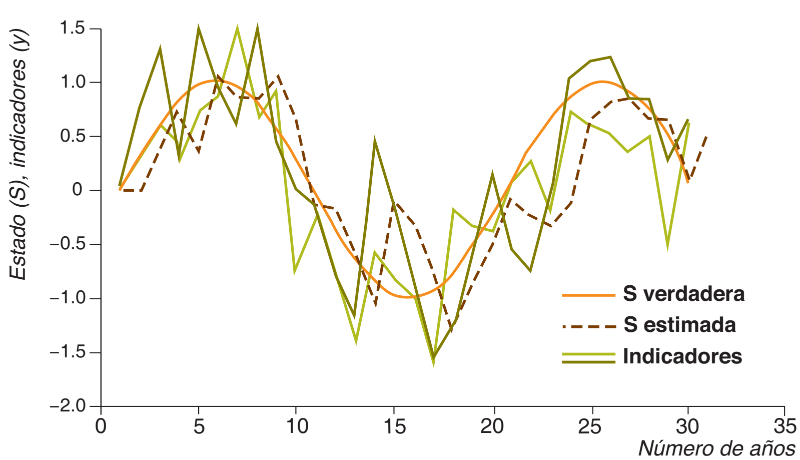
VARIABLE DE ESTADO E INDICADORES MACRO



La gráfica 12 muestra la S estimada junto con la S *de estado verídico.* Las ecuaciones recursivas de Kalman, 4 a 9, se han utilizado para computar el factor común estimado S.

Gráfica 12

VARIABLES DE ESTADO ESTIMADA Y VERDADERA



Bibliografía

Comité de Supervisión Bancaria de Basilea (2005), *An Explanatory Note on the Basel II IRB Risk Weight Functions*, julio.

Comité de Supervisión Bancaria de Basilea (2006), *Basel II: International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards: A Revised Framework–Comprehensive Version*, Banco de Pagos Internacionales, junio.

Comité de Supervisión Bancaria de Basilea (2010), *Calibrating Regulatory Minimum Capital Requirements and Capital Buffers: A Top-down Approach*, octubre.

Baz, J., y G. Chacko (2004), *Financial Derivatives*, Cambridge University Press.

Durbin, J., y S. J. Koopman (2012), *Time Series Analysis by State Space Methods*, Oxford University Press.

Gordy, M. B. (2003), "A Risk-factor Based Model Foundation for Ratings-based Bank Capital Rule", *Journal of Financial Intermediation*, vol. 12, pp. 199-232.

Gray, D., R. Merton y Z. Bodie (2008), "A New Framework for Measuring and Managing Macrofinancial Risk and Financial Stability", Working Paper, Harvard Business School, núm. 9/15.

Gregory, J. (2011), *Counterparty Credit Risk: The New Challenge for Global Financial Markets*, John Wiley & Sons.

Haldane, A. (2011), "Capital Discipline", ponencia en la American Economic Association, Denver, 9 de enero de 2011.

Haldane, A., S. Hall y S. Pezzini (2007), "A New Approach to Assessing Risks to *financial stability*, Financial Stability Paper, Banco de Inglaterra, núm. 2.

Harvey, A. C. (1989), *Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter,* Cambridge University Press.

Kealhofer, S. (2003), "Quantifying Credit Risk I: Default Prediction", *Financial Analysts Journal*, vol. 59, núm. 1, pp. 30-44.

Merton, RC, (1974), "On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates", *Journal of Finance*, vol. 51, pp. 987-1019.

Sidanus, C., y F. Zikes (2012), *OTC Derivatives Reform and Collateral Demand Impact*, Financial Stability Paper, Banco de Inglaterra, núm. 18.

Spiegeleer, Jan D., y W. Schoutens (2011), *Pricing CoCos*. *A Derivatives Approach*, Departamento de Matemáticas, Katholieke Universiteit Leuven.

Vasicek, O. (2002), "Loan Portfolio Value", *Risk*, diciembre, pp. 160-162.